

UDK 004.942

MANTIQUIY FUNKSIYALARNING MINIMALLASHTIRISHNING QUINE-MCCLUSKEY USULI

Boynazarov I.M.¹, Bobonazarov A.A.¹

¹ Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
Samarqand filiali, Samarqand, O'zbekiston
ilhomboy1974@gmail.com, akmalbobo1991@gmail.com

Annotatsiya. Ushbu tadqiqot ishining asosiy maqsadi mantiqiy funksiyalarni qisqartirish orqali mantiqiy o'zgaruvchilarni minimallashtirish bo'lib, elektron sxemalarda Quine-McCluskey minimallashtirish usuli tahlil qilingan. Mantiqiy amallar har qanday elektron sxemaning asosini tashkil qiladi. Elektron sxemani amalga oshirish uchun zarur bo'lgan mantiqiy o'zgaruvchilar sonini kamaytirish orqali uning narxini pasaytirish uchun uni soddalashtirish kerak. Maqola Quine-McCluskey algoritmining tahlilini, uning raqamli mantiqiy o'zgaruvchilarini minimallashtirishdagi ahamiyatini va sxemalarni loyihalashda qo'llanilishini ta'minlaydi. Shuningdek, unda raqamli mantiqiy o'zgaruvchilar, barcha holatlarda aniqlanmaganlik sharti, mintermlar, asosiy implikantlar va ularning minimallashtirish jarayonidagi roli kabi asosiy tushunchalar ko'rib chiqiladi. Turli misollar va amaliy tadqiqotlarni o'rganish orqali ushbu maqola Quine-McCluskey minimallashtirish va uning elektron sxemalarni loyihalashga ta'siri haqida keng qamrovli tushuncha berishga qaratilgan.

Kalit so'zlar: Mantiqiy funksiyalar, raqamli mantiqiy o'zgaruvchilar, minimallashtirish, mantiqiy funksiyani minimallashtirish, barcha holatlarda aniqlanmaganlik sharti, Quine-McCluskey, elektron sxemalar, implikant, minterm, asosiy minterm.

I. KIRISH

Elektron sxemalar sohasida mantiqiy amallar raqamli signallarni qayta ishlash va manipulyatsiya qilishda muhim rol o'ynaydi. Ushbu mantiqiy amallar kirish qiymatlari asosida chiqishni aniqlaydigan mantiqiy funksiyalarni amalga oshiradi. Mantiqiy funksiyalarni optimallashtirish elektron sxemaning murakkabligini kamaytirish, quvvat sarfini kamaytirish va umumiy ish faoliyatini yaxshilash uchun zarurdir. Raqamli mantiqiy o'zgaruvchilarni minimallashtirishning keng tarqalgan usullaridan biri bu Quine-McCluskey algoritmidir. U algoritmnining bosqichma-bosqich tartibini, barcha holatlarda aniqlanmagan holatlarining boshqarishni va asosiy implikantlarni

aniqlashni ko'rib chiqadi. Quine-McCluskey usuli mantiqiy funksiyani soddalashtirish uchun kompyuterga asoslangan usul bo'lib, asosan elektron sxemalar uchun minimal funksiyani ishlab chiqish uchun mo'ljallangan bo'lib ko'p sonli o'zgaruvchilar bilan ishlash uchun qulay usuldir [1].

Mantiqiy amallar mantiqiy funksiyalarni amalga oshiradigan elektron qurilmalarning asosiy komponentidir. Ular kirish signallarini qayta ishlaydi va oldindan belgilangan mantiqiy amallar asosida chiqish signallarini yaratadi. Mantiqiy amallarning har xil turlari mavjud, jumladan AND, OR, NO, NAND, NOR, XOR va XNOR amallari.

Har bir kirish o'ziga xos chinlik jadvaliga ega va noyob mantiqiy amallarni bajaradi.

Raqamli kirish elektron sxemalarda muayyan funksiyalarni bajaradigan mantiqiy amallarning kombinatsiyasi hisoblanadi [2]. Ular elektron tizimlarning muhim komponentlari bo'lib, murakkab amallarni bajarish uchun javobgardir.

Quine-McCluskey algoritmi mantiqiy funksiyalarni minimallashtirish uchun ifodaning minimal dizyunktiv normal shaklini topish algoritmdir. Minimal dizyunktiv normal shakl - minimal sondagi to'plamga aylanish mumkin bo'lgan mantiqiy ifodalarni ifodalovchi segmentlar orqali ifodalashdir [3].

II. MINIMALLASHTIRISH ALGORITMI

Quine-McCluskey usuli bilan minimal-lashtirish algoritmi:

1-qadam: Mantiqiy ifodaning rost yoki aniqlanmagan qiymatlar qabul qiladigan qatori – *mintermlar*, qiymatlarni o'sish tartibida joylashtiradi va ularni ikkilik sanoq sistemasiga aylantirib, ikkilik ko'rinishida "1" qiymatlari soniga qarab guruhlarga ajratadi. Demak, agar mantiqiy funksiyada n ta mantiqiy o'zgaruvchilar yoki ikkilik ekvivalentida n ta guruh bo'lsa, tuziladigan jadval ko'pi bilan $n+1$ ta guruhlarga bo'linadi.

2-qadam: Ketma-ket guruhlarda mavjud bo'lgan *minterm* qiymatlari solishtiriladi. Agar solishtirilayotgan qiymatlarda faqat bir bitli pozitsiya bilan farq aniqlansa, u holda bu ikki o'zgaruvchi qiymatlarining juftligi olinadi. Bitta belgi bilan farq qiladigan o'zgaruvchilarning ikkilik sanoq sistemasidagi farqlangan qiymati "–" belgisi bilan almashtiriladi.

3-qadam: Guruhlardagi *minterm*-larning ikkilik sanoq sistemasidagi

qiymatlari bittadan ortiq belgiga farq qilmaguncha 2-qadam takrorlanadi.

4-qadam: Bosh implikant jadvalini shakllantirish. Asosiy implikantlar qatorlar bo'yicha va *minterm* qiymatlari ustunlar bo'yicha joylashtiriladi. Har bir asosiy implikantda ko'rsatilgan *minterm* qiymatlariga mos keladigan katakchalarga "x" belgisi qo'yiladi.

5-qadam: Har bir ustunni tahlil qilish orqali asosiy implikantlar topiladi. Agar *minterm* faqat bitta bosh implikant bilan qoplangan bo'lsa, u muhim bosh implikant hisoblanadi. Ushbu implikantlar soddalashtirilgan mantiqiy funksiyaning bir qismi bo'ladi.

6-qadam: Har bir muhim bosh implikant qatorini va ushbu muhim bosh implikantda ko'rsatilgan *minterm* qiymatlari mos keladigan ustunlarni olib tashlash orqali asosiy implikant jadvali qisqartiriladi. Qisqartirilgan asosiy implikant jadvali uchun *5-bosqich* takrorlanadi. Berilgan mantiqiy funksiyaning bitta belgiga farq qiladigan barcha *mintermlari* tugagach, bu jarayon to'xtatiladi.

III. AMALIY TADBIQI

Bizga quyidagi mantiqiy funksiya berilgan bo'lsin:

$$F(A,B,C,D) = \sum m(2,5,12,15) + d(0,3,5,7,9,10,11,14) \quad (1)$$

Berilgan mantiqiy funksiya 4 ta o'zgaruvchiga ega: A, B, C va D . Funksiya rost qiymat qabul qilgan qatorlar - *mintermlar*: 2, 6, 12, 15 va aniqlanmagan qatorlar: 0, 3, 5, 7, 9, 10, 11, 14. Quyidagi jadvalda bu *mintermlar* va ularning ikkilik sanoq sistemasidagi ekvivalenti ko'rsatilgan (1-jadval).

1-jadval. (1) funksiya uchun mintermlarning ikkilik sanoq sistemasidagi qiymati

Guruh nomi	Minterm	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i> 1	0	0	0	0	0
<i>A</i> 2	2	0	0	1	0
<i>A</i> 3	3	0	0	1	1
	5	0	1	0	1
	6	0	1	1	0
	9	1	0	0	1
	10	1	0	1	0
	12	1	1	0	0
<i>A</i> 4	7	0	1	1	1
	13	1	1	0	1
	11	1	0	1	1
<i>A</i> 5	15	1	1	1	1

Berilgan mintermlar ikkilik sanoq sistemasi ekvivalentlarida mavjud bo'lgan 1 raqamlari soniga qarab 5 guruhga ajratilgan. Quyidagi jadvalda qo'shni

guruhlardan mintermlarning mumkin bo'lgan birlashuvi ko'rsatilgan (2-jadval). Ya'ni bitta belgiga farq qilgan mintermlar birlashtirilgan.

2-jadval. Birlashtirilgan mintermlar

Guruh nomi	Minimal shartlar	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>B</i> 1	0,2	0	0	-	0
<i>B</i> 2	2,3	0	0	1	-
	2,6	0	-	1	0
	2,10	-	0	1	0
<i>B</i> 3	3,7	0	-	1	1
	3,11	-	0	1	1
	5,7	0	1	-	1
	6,7	0	1	1	-
	6,14	-	1	1	0
	9,11	1	0	-	1
	10,11	1	0	1	-
	10,14	1	-	1	0
	12,14	1	1	-	0
<i>B</i> 4	7,15	-	1	1	1
	11,15	1	-	1	1
	14,15	1	1	1	-

Qo'shni guruhlardan faqat bir belgiga farq qiladigan mintermlar birlashtiriladi. Bu farqli belgi '–' belgisi bilan

ifodalanadi. Quyidagi jadvalda qo'shni guruhlardan minterm juftlarining mumkin bo'lgan birlashuvi ko'rsatilgan (3-jadval).

3-jadval. Bir xil qiymatli mintermlar

Guruh nomi	Mintermlar	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i> 1	2,3,6,7	0	-	1	-
	2,3,10,11	-	0	1	-
	2,6,10,14	-	-	1	0
	3,7,11,15	-	-	1	1
	6,7,14,15	-	1	1	-
	10,11,14,15	1	-	1	-

Bizning holatimizda qo'shni guruhlarni takrorlanuvchi bo'lib qoldi. Bunday holatlarda takrorlanuvchi guruhlarni birlashtirib yuborish mumkin (4-jadval).

4-jadval. Qisqartirilgan mintermlar

Guruh nomi	Mintermlar	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>C</i> 1	2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15	-	-	1	-

Shunday qilib bizda quyidagi qisqartirilmaydigan mintermlar guruhi qoldi (5-jadval).

5-jadval. Qisqastirilmaydigan mintermlar guruhi

Mintermlar	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	Implikantlar
2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15	-	-	1	-	<i>C</i>
0,2	0	0	-	0	<i>A'B'D'</i>
12,14	1	1	-	0	<i>ABD'</i>

Shunday qilib, *C*, *A'B'D'* va *ABD'* lar asosiy implikant jadvali quyida ko'rsatilgan (6-jadval).

5-jadval. Implikantlar jadvali

Mintermlar/ Asosiy Implikantlar	2	6	12	15
<i>C</i>	x	x		x
<i>A'B'D'</i>	x			
<i>ABD'</i>			x	

Asosiy implikantlar qatorlar bo'yicha, mintermlar esa ustunlar bo'yicha joylashtiriladi. 'x' lar asosiy implikant umumiy satrlarning kataklariga va mos keladigan minterm ustunlariga joylashtiriladi.

2, 6 va 15 mintermlar faqat bitta asosiy implikant *C* bilan qoplangan. Demak, u muhim bosh implikantdir. Bu soddalashtirilgan mantiqiy funksiyaning bir qismi bo'ladi. Endi bu asosiy implikant qator va tegishli minterm ustunlar olib tashlanadi.

12 minterm esa ABD' implikant bilan qoplangan. U ham asosiy implikantdir. Demak, C va ABD' implikantlar asosiy bosh implikantlardir.

Minimal funksiya esa quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$F(A,B,C,D) = C \vee ABD' \quad (2)$$

IV. MANTIQUIY FUNKSIYALARNI MINIMALLASHTIRISHDA KARNO XARITASI VA QUINE-MCCLUSKEY USULLARINI SOLISHTIRISH

Mantiqiy funksiyalarni minimallashtirishda Karno xaritasi va Quine-McCluskey usulining samaradorligini solishtirish uchun quyidagi jihatlarni ko'rib chiqamiz:

1. Mantiqiy funksiyalarning murakabligi:

Karno xaritasi xaritaning cheklangan o'lchami tufayli oz sonli o'zgaruvchilar (odatda 6 o'zgaruvchiga qadar) bo'lgan funksiyalar uchun juda mos keladi. O'zgaruvchilar soni ortishi bilan Karno xaritasining o'lchami eksponensial ravishda o'sib boradi va bu funksiyalarni samarali boshqarishni qiyinlashtiradi [6].

Quine-McCluskey usuli o'zgaruvchilarga ega bo'lgan funksiyalarni boshqarishi mumkin, bu esa uni yanada kengaytirilishi mumkin. U barcha mumkin bo'lgan kombinatsiyalarni hisobga olgan holda tizimli yondashuvni ta'minlaydi, bu uni murakkab sxemalar uchun mos qiladi.

2. Yechimlarning optimalligi:

Karno xaritasi usuli mantiqiy funksiyaning vizual tasvirini beradi va qo'shni 1 larni guruhlash orqali to'g'ridan-to'g'ri soddalashtirish imkonini beradi. Biroq, yechimning optimalligi inson xatosiga moyil bo'lishi mumkin bo'lgan qo'lda guruhlashning samaradorligiga bog'liq [5].

Quine-McCluskey usuli mantiqiy funksiyaning minimal diz'yunktiv normal shaklini (DNSh) topishni kafolatlaydi. U tizimli ravishda asosiy implikantlarni hosil qiladi va asosiy implikantlarni tanlab, optimal yechimni ta'minlaydi. Bu minimal ifodalarga erishishda uni yanada ishonchli qiladi.

3. To'liq aniqlanmagan holatlarda:

Karno xaritasi usuli guruhlash paytida ularni 1 yoki 0 deb hisoblash orqali to'liq aniqlanmagan holatlarni boshqarishi mumkin. Biroq, bu har doim ham eng maqbul yechimga olib kelmasligi mumkin.

Quine-McCluskey usuli to'liq aniqlanmagan holatlarda minimallashtirish jarayoniga kiritish orqali samarali tarzda hal qiladi. U guruhlash va asosiy implikant tanlashda e'tibor bermaslik shartlarini hisobga oladi, bu esa atamalar va o'zgaruvchilarning yanada qisqarishiga olib keladi.

Mantiqiy funksiyalarni minimallashtirishning Quine-McCluskey usuli Karno xaritasi usuliga qaraganda samarali bo'lsa ham, mantiqiy funksiyalarning ko'p sonli o'zgaruvchilarida ishlash vaqti eksponensial funksiya ko'rinishida bo'ladi va samarali vaqtda natija bermaydi. Bunday katta sondagi o'zgaruvchilarni minimallashtirishda takomillashtirilgan Quine-McCluskey usuli yoki boshqa usullar qo'llaniladi [7].

V. XULOSA

Xulosa qilib aytadigan bo'lsak, ushbu tadqiqot ishi elektron sxemalarda Quine-McCluskey minimallashtirishning keng qamrovli tahlilini taqdim etadi. U elektron sxemalarni loyihalashda Quine-McCluskey minimallashtirishning ahamiyatini, uning bosqichma - bosqich tartibini, ahamiyatsiz sharoitlarni boshqarishni va asosiy implikantlarni aniqlashni ta'kidlaydi [6].

Elektron sxemalarni loyihalashda Quine-McCluskey minimallashtirishning amaliy natijalari muhokama qilinadi. Bu sxemaning murakkabligini kamaytirish, ish faoliyatini yaxshilash va resurslarni optimallashtirishga ta'sirini ta'kidlaydi. U mantiqiy amallarning ahamiyatini, mantiqiy funksiyalarni minimallashtirishning ahamiyatini va o'zgaruvchilarni optimallashtirishga erishishda Quine-McCluskey algoritmining rolini o'rganadi. Bosqichma-bosqich protsedurani, aniqlanmagan shartlarni ko'rib chiqishni va asosiy implikantlarni aniqlashni tushungan holda, sxema dizaynerlari kontaktlarning zanglashiga olib kelmasligi va samaradorligini oshirish uchun Quine-McCluskey minimallashtirish usullarini samarali qo'llashlari mumkin.

ADABIYOTLAR

- [1] *McCluskey E.J.*, "Minimization of Boolean function", Bell system Tech. Journal, vol.35, No.5, pp. 1417-1444, 1956.
- [2] *Э. Урунбаев.* Эффективный метод синтеза сокращенной дизъюнктивной нормальной формы булевой функции SamDU "Ilmiy axborotnoma" 2020 y 3-son.
- [3] *SP Tomaszewski*, "WWW Based Boolean function minimization", International journal of applied mathematics and computer sciences, vol. 13, No. 1, pp. 577-583, 2003.
- [4] *Jain T.K., Kushwaha D.S., Misra A.K.*, "Optimization of the Quine-McCluskey Method for the Minimization of the Boolean Expressions", International Conference on Autonomic and Autonomous Systems, (ICAS), 2008.
- [5] *Байжуманов, А. А.* Некоторые критерии преобразования логических формул к дизъюнктивной нормальной форме / А. А. Байжуманов // Международный журнал теоретических и прикладных вопросов цифровых технологий. – 2023. – Т. 3, № 1. – С. 25-33. – DOI 10.34920/IJTAIDT/vol_2023_issue_1_3. – EDN BBCMJN.
- [6] *R. Mohan Ranga Rao*, "An Innovative procedure to minimize Boolean function", International Journal of Advanced Engineering Sciences and Technologies (IAEST), vol.3, issue No. 1, pp. 012-014, 2011.
- [7] *А.А.Прихожий.* Частично определенные логические системы и алгоритмы. Минск 2013.
- [8] *Журавлев Ю. И.* Алгоритм построения минимальных дизъюнктивных нормальных форм для функций алгебры логики, «Дискретная математика и математические вопросы кибернетики». М., «Энергия», 1975.
- [9] *Roth, C. H. Jr.*, "Fundamentals of Logic Design," Fourth Edition, PWS Publishing Company, Boston, MA, 1995.
- [10] *Lee, C. Y.*, "Switching Functions on an n-Dimensional Cube," Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol 73, part I, pp.142-146, September, 1954.
- [11] *Rawat, S, and Sah, A.*, "Prime and Essential Prime Implicants of Boolean Functions through Cubical Representation," International Journal of Computer Applications, Vol.70, No. 23, May 2013.

Поступила в редакцию 3.04.2023

Citation: *Boynazarov I.M., Bobonazarov A.A.* (2023). Mantiqiy funksiyalarning minimallashtirishning Quine-McCluskey usuli. Raqamli texnologiyalarning nazariy va amaliy masalalari xalqaro jurnali. 2(4). – B. 103-109.

QUINE-MCCLUSKEY METHOD OF MINIMIZATION OF LOGIC FUNCTIONS

Boynazarov I.M.¹, Bobonazarov A.A.¹

¹ Samarkand branch of Tashkent university of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan
ilhomboy1974@gmail.com, akmalbobo1991@gmail.com

Abstract. *This research paper explores the topic of Quine-McCluskey minimization in electronic circuits, focusing on the optimization of logical gates through the reduction of logical functions. The digital gates are basic electronic component of any digital circuit. Digital circuit should be simplified in order to reduce its cost by reducing number of digital gates required to implement it. To achieve this, we use Boolean expression that helps in obtaining minimum number of terms and does not contain any redundant pair. The study provides an in-depth analysis of the Quine-McCluskey algorithm, its significance in minimizing digital gates, and its applications in circuit design. The paper also examines key concepts such as logical gates, don't care conditions, minterms, prime implicants, and their roles in the minimization process. By exploring various examples and case studies, this research paper aims to provide a comprehensive understanding of Quine-McCluskey minimization and its impact on electronic circuit design.*

Keywords: *logical gates, digital gates, minimization, logical function, don't care, Quine-McCluskey, circuits, minterm, prime minterm.*

МЕТОД КУАЙНА-МАК-КЛАСКИ МИНИМИЗАЦИИ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Бойназаров И.М.¹, Бобоназаров А.А.¹

¹ Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан
ilhomboy1974@gmail.com, akmalbobo1991@gmail.com

Аннотация. *В работе рассматривается тема минимизации Куайна-МакКласки в электронных схемах с упором на оптимизацию логических вентилей за счет сокращения логических функций. Цифровые вентили являются основным электронным компонентом любой цифровой схемы. Цифровая схема должна быть упрощена, чтобы снизить ее стоимость за счет уменьшения количества цифровых вентилей, необходимых для ее реализации. Для этого мы используем логическое выражение, которое помогает получить минимальное количество терминов и не содержит избыточных пар. В исследовании представлен углубленный анализ алгоритма Куайна-МакКласки, его значения для минимизации цифровых вентилей и его применения в схемотехнике. В документе также рассматриваются ключевые понятия, такие как логические вентили, безразличные условия, минтермы, основные импликанты и их роли в процессе минимизации. Путем изучения различных примеров и тематических исследований эта исследовательская работа призвана дать всестороннее понимание минимизации Куайна-МакКласки и ее влияния на проектирование электронных схем.*

Ключевые слова: *логические вентили, цифровые вентили, минимизация, логическая функция, Куайн-МакКласки, схемы, минтерм, праймминтерм.*