

УДК 539.3

## ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МАГНИТОУПРУГОСТИ ПЛАСТИН

Индиаминов Р.Ш.<sup>1</sup>, Абдуллаев А.<sup>2</sup>, Индиаминов М.Ш.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан

<sup>2</sup> Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Ташкент, Узбекистан

<sup>3</sup> Специализированная школа Самаркандского района при Агентстве Президентских образовательных учреждений, Самарканд, Узбекистан  
r\_indiaminov@mail.ru, bakir.9191@mail.ru, muhammadindiaminov@gmail.com

**Аннотация.** При движении проводящего тела в магнитном поле или при изменении магнитного поля во времени в теле возникают индуцированные токи и обусловленные ими пондеромоторные силы Лоренца, что, в свою очередь, сопровождается деформацией среды и появлением волн напряжений. Движение упругой среды в магнитном поле описывается совместной системой уравнений электродинамики медленно движущейся среды и уравнений динамической теории упругости с учетом пондеромоторных сил. Данная система уравнений является нелинейной за счет нелинейности соотношений обобщенного закона Ома и выражений для пондеромоторных сил. В работе математически моделировано магнитоупругое колебания неферромагнитных кольцевых пластин находящейся под воздействием нестационарных электромагнитных сил и механических нагрузок с учетом электрических токов. Получены численные результаты и проведены анализ электромагнитных эффектов напряженно-деформированного состояния неферромагнитных кольцевых пластин.

**Ключевые слова:** пластина, оболочка, деформация, напряжения, электромагнитное поле, магнитоупругость.

### I. ВВЕДЕНИЕ

Интеграция на кристалле элементов электроники, механики, информатики и измерительной техники привела к объединению этих технологий и созданию микросистемной техники и появлению микро-электромагнитомеханических систем. Поэтому в развитых странах мира учитывая анизотропию проводящих свойств, большое значение приобретают проблемы нелинейного магнито-упругого взаимодействия конструктивных микроэлементов типа проводящих тонких пластинок и оболочек с электромагнитным

полем. На сегодняшний день термомагнитоупругость имеет очень важное практическое значение и применяется в различных областях современной микротехники. Механизм взаимодействия сплошной упругой среды с электромагнитным полем разнообразен и обусловлен физическими свойствами рассматриваемого токопроводящего тела. В частности, этот механизм получает некоторые специфические особенности, когда рассматриваем проблемы относительно неферромагнитных тонких пластин и оболочек с учетом сторонних электрических токов.

Интерес к исследованиям в этой области связан с важностью количественного изучения и оценки наблюдаемых эффектов взаимосвязи нестационарных механических, тепловых и электромагнитных процессов и их практическим применением в различных областях современной техники при разработке новых микротехнологий, а также в области микронанотехнологии и микроэлектроники, а также современных измерительных системах и т.д. [1-10].

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНОЕ МАГИТОУПРУГОЕ УРАВНЕНИЕ ПЛАСТИНЫ.

Будем рассматривать неферромагнитных тонких кольцевых пластин находящихся под действием нестационарных электромагнитных и механических полей. Пренебрегая влиянием процессов поляризации и намагничивания, считаем, что к торцу пластину подводится переменный электрический ток от внешнего источника. Предполагается, что сторонний электрический ток в невозмущенном состоянии равномерно распределен по пластину (плотность тока не зависит от координат). Предположим, что геометрические и механические характеристики тела таковы, что для описания процесса

деформирования применим вариант геометрически нелинейной теории тонких пластин в квадратичном приближении.

Также предполагаем, что относительно напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  выполняются электромагнитные гипотезы [1]. Эти допущения являются некоторым электродинамическим аналогом гипотезы недеформируемых нормалей и вместе с последней составляют гипотезы магнитоупругости тонких тел. Принятие этих гипотез позволяет свести задачу о деформации трехмерного тела к задаче о деформации выбранной произвольным образом координатной поверхности.

На основе соотношений магнитоупругости тонкой оболочки и с использованием соотношений нелинейной упругости, а также закона Ома и систему уравнений электродинамики основные уравнения неферромагнитных токопроводящей тонкой кольцевой пластины могут быть получены следующим образом:

Магнитоупругие кинетические уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial(rN_r)}{\partial r} - N_\theta + r(F_r + \rho F_r^\wedge) &= r\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial(rQ_r)}{\partial r} + r(F_z + \rho F_z^\wedge) &= r\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial(rM_r)}{\partial r} - M_\theta - rQ_r - rN_r \vartheta_r &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнения Максвелла

$$-\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r}; \quad \sigma_2 \left[ E_\theta + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_z \right] = -\frac{\partial H_z}{\partial t} + \frac{H_r^+ - H_r^-}{h}; \quad (2)$$

Выражений для деформаций:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{2} \vartheta_r^2; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}; \quad \chi_r = \frac{\partial \vartheta_r}{\partial r}; \quad \chi_\theta = \frac{1}{r} \vartheta_\theta, \quad (3)$$

где  $\vartheta_r = \frac{\partial w}{\partial r}$  – угол поворота норма;

Соотношений упругости:

$$\begin{aligned} N_r &= \frac{e_r h}{1 - \nu_r \nu_\theta} (\varepsilon_r + \nu_\theta \varepsilon_\theta); & N_\theta &= \frac{e_\theta h}{1 - \nu_r \nu_\theta} (\varepsilon_\theta + \nu_r \varepsilon_r); \\ M_r &= \frac{e_r h^3}{12(1 - \nu_r \nu_\theta)} (\chi_r + \nu_\theta \chi_\theta); & M_\theta &= \frac{e_\theta h^3}{12(1 - \nu_r \nu_\theta)} (\chi_\theta + \nu_r \chi_r). \end{aligned} \quad (4)$$

В равенствах (1) – (4) принято:  $\nu_r = \nu_{\theta r}$ ,  $\nu_\theta = \nu_{r\theta}$ ,  $e_r \nu_\theta = e_\theta \nu_r$ ;  $\nu_r, \nu_\theta$  – коэффициенты Пуассона;  $e_r, e_\theta$  – модули Юнга;  $u, w$  – перемещения;  $N_r, N_\theta$  – тангенциальные усилия;  $M_r, M_\theta$  – изгибающие моменты;  $Q_r$  – обобщенное перерезывающее усилие;  $\chi_r, \chi_\theta$  – главные кривизны сре-

динной поверхности неферромагнитной гибкой пластины;  $N_r, B_r^\pm$  – известные значения компонент тангенциальных составляющих магнитной индукции на поверхностях неферромагнитных токопроводящей гибкой кольцевой пластины.

Выражения для пондеромоторных сил Лоренца имеют вид

$$\begin{aligned} \rho F_r^\wedge &= \sigma_1 h \left[ E_\theta B_z - \frac{\partial u}{\partial t} B_z^2 + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) B_z \right]; \\ \rho F_z^\wedge &= -\sigma_2 h \left[ 0,5 E_\theta (B_r^+ + B_r^-) - \right. \\ &\quad \left. - 0,25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-)^2 + \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ - B_r^-)^2 - 0,5 \frac{\partial u}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) B_z \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

### III. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ МАГНИТОУПРУГОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СВЯЗАННОЙ ЗАДАЧИ.

Разработанные методики к численному решению связанных задач магнитоупругости неферромагнитных токопроводящих гибких пластин с учетом геометрической нелинейности, основан на последовательном применении конечноразностной схемы Ньюмарка, метода линеаризации и дискретной ортогонализации [1-2].

После некоторых преобразований (1)-(5) получаем полную систему нелинейных дифференциальных уравнений магнитоупругости в форме Коши, которая описывает напряженно-деформированное состояние токопроводящей неферромагнитной гибкой кольцевой пластины при нестационарном воздействии механического и магнитного полей:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1 - \nu_r \nu_\theta}{e_r h} N_r - \frac{\nu_\theta}{r} u - 0,5 \vartheta_r^2; \quad \frac{\partial w}{\partial r} = -\vartheta_r; \quad \frac{\partial \vartheta_r}{\partial r} = \frac{12(1 - \nu_r \nu_\theta)}{e_r h^3} M_r - \frac{\nu_\theta}{r} \vartheta_r;$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_r}{\partial r} &= \frac{1}{r}(v_\theta - 1)N_r + \frac{e_\theta h}{r^2}u - \\
&- \left( F_r + \sigma_1 h \left[ E_\theta B_z - \frac{\partial u}{\partial t} B_z^2 + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) B_z \right] \right) + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\
\frac{\partial Q_r}{\partial r} &= -\frac{1}{r}Q_r - \left( F_z - \sigma_2 h \left[ 0,5 E_\theta (B_r^+ + B_r^-) - 0,25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-)^2 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ - B_r^-)^2 - 0,5 \frac{\partial u}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-)^2 B_z \right] \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \\
\frac{\partial M_r}{\partial r} &= \frac{1}{r}(v_\theta - 1)M_r + \frac{e_\theta h^3}{12r^2} \mathcal{G}_r + Q_r + N_r \mathcal{G}_r; \\
\frac{\partial B_z}{\partial r} &= -\sigma_2 \mu \left[ E_\theta + 0,5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_z \right] + \frac{B_r^+ - B_r^-}{h}; \\
\frac{\partial E_\theta}{\partial r} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} - \frac{1}{r} E_\theta.
\end{aligned} \tag{6}$$

Полученная нелинейная связанная система гиперболических - параболических уравнений магнитоупругости восьмого порядка в частных производных с переменными коэффициентами описывает симметричную деформацию токопроводящих ферромагнитных гибких

кольцевых пластин переменной вдоль радиуса толщины.

После применения конечноразностной схемы Ньюмарка и метода квазилинеаризации к разрешающей системе (6), получим следующие системы:

$$\begin{aligned}
\frac{du^{(k+1)}}{dr} &= \frac{1 - \nu_r \nu_\theta}{e_r h} N_r^{(k+1)} - \frac{\nu_\theta}{r} u_r^{(k+1)} + 0,5 (\mathcal{G}_r^{(k)})^2 - \mathcal{G}_r^{(k+1)} \mathcal{G}_r^{(k)}, \\
\frac{dw^{(k+1)}}{dr} &= -\mathcal{G}_r^{(k+1)}, \\
\frac{d\mathcal{G}_r^{(k+1)}}{dr} &= \frac{12(1 - \nu_r \nu_\theta)}{e_r h^3} M_r^{(k+1)} - \frac{\nu_\theta}{r} \mathcal{G}_r^{(k+1)}, \\
\frac{dN_r^{(k+1)}}{dr} &= \frac{1}{r} \left[ (v_\theta - 1) N_r^{(k+1)} + \frac{e_\theta h}{r} u^{(k+1)} \right] - P_r^{(k+1)} - h J_{\theta cm} B_z^{(k+1)} - \\
&- \sigma_1 h \left[ -E_\theta^{(k)} B_z^{(k)} + E_\theta^{(k+1)} B_z^{(k)} + E_\theta^{(k)} B_z^{(k+1)} - 0,5 \left( -\frac{\partial w^{(k)}}{\partial t} B_z^{(k)} + \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial t} B_z^{(k)} + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial t} B_z^{(k+1)})(B_r^+ + B_r^-) - 2 \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} (B_z^{(k)})^2 + \frac{\partial u^{(k+1)}}{\partial t} (B_z^{(k)})^2 + \\
& + 2 \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} B_z^{(k+1)} B_z^{(k)}] + \rho h \frac{\partial^2 u^{(k+1)}}{\partial t^2}, \\
\frac{dQ_r^{(k+1)}}{dr} & = -\frac{1}{r} Q_r^{(k+1)} - P_z^{(k+1)} - 0.5 h J_{\theta cm} (B_r^+ + B_r^-) - \\
& - \sigma_2 h [0.5 E_\theta^{(k+1)} (B_r^+ + B_r^-) + 0.25 \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial t} (B_r^+ + B_r^-)^2 + \frac{1}{12} \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial t} (B_r^+ - B_r^-)^2 - \\
& - 0.5 \left( -\frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} B_z^{(k)} + \frac{\partial u^{(k+1)}}{\partial t} B_z^{(k)} + \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} B_z^{(k+1)} \right) (B_r^+ + B_r^-)] + \rho h \frac{\partial^2 w^{(k+1)}}{\partial t^2}, \\
\frac{dM_r^{(k+1)}}{dr} & = \frac{1}{r} \left[ (v_\theta - 1) M_r^{(k+1)} + \frac{e_\theta h^3}{12r} g_r^{(k+1)} \right] + N_r^{(k+1)} g_r^{(k)} + N_r^{(k)} g_r^{(k+1)} - N_r^{(k)} g_r^{(k)} + Q_r^{(k+1)}, \\
\frac{dB_z^{(k+1)}}{dr} & = -\sigma_2 \mu \left[ E_\theta^{(k+1)} + 0.5 (B_r^+ + B_r^-) \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial t} - B_z^{(k)} \frac{\partial u^{(k+1)}}{\partial t} - B_z^{(k+1)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} + B_z^{(k)} \frac{\partial u^{(k)}}{\partial t} \right] + \\
& + \frac{B_r^+ - B_r^-}{h}, \\
\frac{dE_\theta^{(k+1)}}{dr} & = -\frac{\partial B_z^{(k+1)}}{\partial t} - \frac{1}{r} E_\theta^{(k+1)}, \quad (\kappa=0,1,2,\dots).
\end{aligned} \tag{7}$$

Последнем этапе магнитоупругая задача для токопроводящей неферромагнитной гибкой кольцевой пластины решаются с методом дискретной ортогонализации.

#### IV. АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЭФФЕКТОВ

Рассмотрим нелинейной деформации токопроводящей неферромагнитной гибкой кольцевой пластины из бора алюминия переменной толщины, находящейся под воздействием нестационарных механических и электромагнитных сил. Предполагаем, что сторонний электрический ток в невозмущенном состоянии равномерно распределен по неферромагнитной пластине,

т.е. плотность стороннего тока не зависит от координат. В этом случае на токопроводящей неферромагнитной гибкой пластину действует комбинированное нагружение, состоящее из ponderomotorной силы Лоренца и механической силы.

На основе сравнения результатов решений, полученных для токопроводящего ортотропного пластины из бериллия и токопроводящего изотропного пластины из алюминия, а также для изотропного пластины из алюминия при отсутствии магнитного поля и стороннего тока. Исследуем напряженно-деформированного состояния гибкой кольцевой пластины в нелинейной постановке.

Контуры пластины закреплены следующим образом:

$$\begin{aligned} u = 0, \quad w = 0, \quad \mathcal{G}_r = 0, \quad B_z = 0.5 \sin \omega t, \quad (\text{при } r = r_0), \\ N_r = 0, \quad Q_r = -100, \quad M_r = 0, \quad E_\theta = 0, \quad (\text{при } r = r_1). \end{aligned} \quad (8)$$

Начальные условия принимают вид

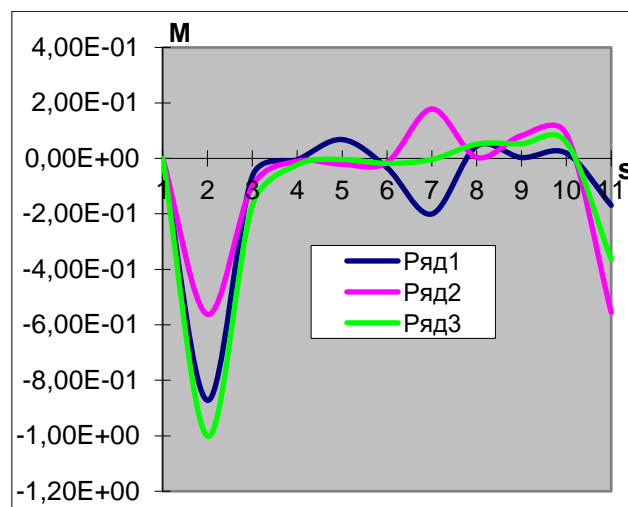
$$\vec{N}(s, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \dot{u}(s, t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \dot{w}(s, t) \Big|_{t=0} = 0. \quad (9)$$

При решении задачи параметры принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} r_0 = 0.005 \text{ м}; \quad r_1 = 0.009 \text{ м}; \quad h = 5 \cdot 10^{-4} (1 - \gamma r^2 / r_0) \text{ м}; \quad \gamma = 0.7, \\ \sigma_1 = 0.454 \cdot 10^8 (\text{ом} \times \text{м})^{-1}, \quad \sigma_2 = 0.200 \cdot 10^8 (\text{ом} \times \text{м})^{-1}, \quad \nu_r = 0.262; \\ \nu_\theta = 0.320; \quad e_r = 22.9 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \quad e_\theta = 10.7 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2; \quad \omega = 314.16 \text{ с}^{-1}; \\ P_z = 5 \cdot 10^3 \sin \omega t \text{ Н/м}^2; \quad P_r = 0; \quad \tau = 1 \cdot 10^{-2} \text{ с}; \quad \mu = 1.256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м}; \\ \rho = 2600 \text{ кг/м}^3; \quad J_{\theta CT} = 3 \cdot 10^7 \sin \omega t \text{ А/м}^2; \quad B_r^\pm = 0.5 \text{ Тл}; \\ B_{r0} = 0.5 \sin \omega t; \quad \Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}; \quad 0 \leq t \leq 1 \cdot 10^{-2} \text{ с}. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение задачи определено на интервале времени  $\tau = 10^{-2} \text{ с}$ , шаг интегрирования по времени принять равным:  $\Delta t = 1 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  при ста точках интегрирования по длине оболочки. Максимальные значения получены при шаге по времени  $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ . Отметим, что в рассматриваемом случае анизотропия удельного электрического сопротивления равно  $\eta_3/\eta_1 = 4.07$ . На

рис. 1 показаны распределения максимальных значений меридионального изгибающего момента  $M_S$  вдоль радиуса пластины в момент времени  $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  для всех вариантов: 1 - токопроводящей ортотропной пластины из бериллия; 2 - токопроводящей изотропной пластины из алюминия; 3 - изотропной пластины из алюминия при отсутствии магнитного поля и стороннего тока



**Рис 1.** 1 - ортотропная пластина из бериллия; 2 - изотропная пластина из алюминия; 3 - изотропная пластина из алюминия при отсутствии магнитного поля и стороннего тока. Распределение  $M(s)$  при  $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  для всех вариантов.

Из приведенных кривых видно, что картина распределения изменения изгибающего момента отличаются количественно и качественно. На отрезке  $0,08\text{ м} < r < 0,4\text{ м}$  наблюдается противофазное распределение изгибающего момента. Максимальные их значения возникают около левого сечения пластины при  $r = 0,04\text{ м}$ . При этом при наличии магнитного поля и стороннего тока и их отсутствии значения изгибающего момента отличаются в 1,5 раза.

## В. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена упругая пластина, изготовленная из токопроводя-

щего неферромагнитного электропроводящего материала, находящейся под воздействием переменной по времени механической силы и во внешнем нестационарном электромагнитном поле. Магнитоупругая нелинейная задача для токопроводящей неферромагнитной гибкой кольцевой пластины из буроалюминия переменной толщины рассмотрено в связанном виде. Получены численные результаты и проведены анализ электромагнитных эффектов. Приведенные результаты дают возможность оценить влияние нелинейности на напряженно-деформированное состояние токопроводящей неферромагнитной гибкой кольцевой пластины.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] A. Ambartsumyan, G.E. Bagdasaryan, and M.V. Belubekyan, Magnetoelasticity of Thin Shells and Plates [in Russian], Nauka, Moscow (1977).
- [2] Y. M. Grigorenko and L. V. Mol'chenko, Fundamentals of the Theory of Plates and Shells with Elements of Magnetoelasticity (Textbook) (IPTs, 2010).
- [3] L. V. Mol'chenko, I. I. Loos, and R. S. Indiaminov, "Determining the stress state of flexible orthotropic shells of revolution in magnetic field," Int. Appl. Mech 44, 882–891 (2008). <https://doi.org/10.1007/s10778-008-0102-6>
- [4] L. V. Mol'chenko, I. I. Loos, and R. S. Indiaminov, "Stress–strain state of flexible ring plates of variable stiffness in a magnetic field," Int. Appl. Mech. 45, 1236–1242 (2009). <https://doi.org/10.1007/s10778-010-0264-x>
- [5] R. Indiaminov, "On the absence of the tangential projection of the Lorenz force on the axsymmetrical stressed state of current-carrying conic shells," Int. Jour.Comp. Techn. 13, 65–77 (2008).
- [6] L. V. Mol'chenko and I. I. Loos, "The stress state of a flexible orthotropic spherical shell subject to external current and mechanical force in a magnetic field," Int. Appl. Mech. 49, 528–533 (2013). <https://doi.org/10.1007/s10778-013-0587-5>
- [7] Javohir Shodmonov., Abdubakir Abdullaev., "Tok o'tkazuvchi mikroelementning magnitoelastik tebranishi" International Scientific Journal of "Science and Innovation". UIF-2022: 8.2. ISSN: 2181-3337. Volume 1, Issue 4. P. 52-55. <https://doi.org/10.5281/zenodo.6873133>
- [8] Y. H. Bian and H. T. Zhao, "Analysis of thermal-magnetic-elastic stresses and strains in a thin current-carrying cylindrical

- shell," *Int. Appl. Mech.*, 52, No. 4, 437–448 (2016).
- [9] R. S. *Indiaminov and R. Butaev, et al.*, "Nonlinear integro-differential equations of bending of physically nonlinear viscoelastic plates," IOP Publishing. Conf. Series: Materials Science and Engineering, 7 (2020), <https://doi.org/10.1088/1757-899X/869/5/052048>.
- [10] R.Sh.*Indiaminov*, Magnetoelastic deformation of a current-carrying orthotropic conical shell with an orthotropy of conductive properties," *Bulletin of the University of Kiev* 5, 81–86 (2015).
- [11] *Indiaminov, R., Narkulov, A., Butaev, R.* "Magnetoelastic strain of flexible shells in nonlinear statement", AIP Conference Proceedings, 2021, 2365, 02 0002. <https://doi.org/10.1063/5.0056840>
- [12] *Indiaminov, R., Butaev, R., Narkulov, A.* "Nonlinear deformation of a current shell in a magnetic field", AIP Conference Proceedings, 2021, 2365, 02 0001. <https://doi.org/10.1063/5.0056839>
- [13] *Ravshan Indiaminov and Nuriddin Yusupov*, "Mathematical Modeling of Magnetoelastic Vibrations of Current Conductive Shells in the Non Stationary Magnetic Field," 2021 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), 2021, pp. 1–4.
- [14] *Ravshan Indiaminov, Abdubakir Abdullaev, et al.*, "Nonlinear Strain of a Current-Conducting Annular Plate in a Magnetic Field", *Journal: AIP Conference Proceedings* 2467, 060026 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0092485>
- [15] *Ravshan Indiaminov, Nuriddin Yusupov, et al.*, "Nonlinear Oscillations of a Current-Carrying Shell in Magnetic Field", *Journal: AIP Conference Proceedings* 2467, 020013 (2022); <https://doi.org/10.1063/5.0092465>.
- [16] *Indiaminov, R., Shodmonov, J., & Abdullaev, A.* (2022). Mathematical Modeling of Magnetoelastic Oscillations of a Current-Carrying Microelement Magnetic Field. *International journal of theoretical and applied issues of digital technologies*, 1(1), 71–79. [https://doi.org/10.34920/IJTAIDT/vol\\_2022\\_issue\\_1\\_10](https://doi.org/10.34920/IJTAIDT/vol_2022_issue_1_10)

Поступила в редакцию 16.12.2022

**Цитирование:** Индиаминов Р.Ш., Абдуллаев А., Индиаминов М.Ш. (2023). Численное решение задач магнитоупругости пластин. *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросов Цифровых Технологий*, 1(3), –С. 7-15.

## NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEMS OF MAGNETOELASTICITY OF PLATES

*Indiaminov R.Sh.*<sup>1</sup>, *Abdullaev A.*<sup>2</sup>, *Indiaminov M.Sh.*<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan,

<sup>2</sup>Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan,

<sup>3</sup> Specialized school of the Samarkand region under the Agency of Presidential Educational Institutions, Samarkand, Uzbekistan,  
r\_indiaminov@mail.ru, bakir.9191@mail.ru, muhammadindiaminov@gmail.com

**Abstract.** *When a conducting body moves in a magnetic field or when the magnetic field changes with time, induced currents and the ponderomotive Lorentz forces caused by them arise in the body, which, in turn, is accompanied by deformation of the medium and the appearance of stress waves. The motion of an elastic medium in a magnetic field is described by a joint system of equations of electrodynamics of a slowly moving medium and equations of the dynamic theory of elasticity, taking into account ponderomotive forces. This system of equations is non-linear due to the non-linearity of the relations of the generalized Ohm's law and expressions for ponderomotive forces. The work mathematically simulates the magnetoelastic vibrations of non-ferromagnetic annular plates under the influence of non-stationary electromagnetic forces and mechanical loads, taking into account electric currents. Numerical results are obtained and an analysis is made of the electromagnetic effects of the stress-strain state of non-ferromagnetic annular plates.*

**Keywords:** *plates, shells, deformation, stresses, electromagnetic field, magnetoelasticity.*

## PLASTINKA MAGNITOELASTIK MASALASINI SONLI YECHISH

*Indiaminov R.Sh.<sup>1</sup>, Abdullayev A.<sup>2</sup>, Indiaminov M.Sh.<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Samarqand filiali, Samarqand, O'zbekiston

<sup>2</sup>Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti, Toshkent, O'zbekiston

<sup>3</sup>Samarkand tuman Prezident talim muassasalari agentligi tizimidagi ixtisoslashgan maktab, Samarqand, O'zbekiston

r\_indiaminov@mail.ru, bakir.9191@mail.ru, muhammadindiaminov@gmail.com

**Annotatsiya.** *Elastik jism magnit maydonida harakatlanganda yoki magnit maydoni vaqt bo'yicha o'zgarganda jismda indusirlangan tok paydo bo'ladi va natijada ponderomotor Lorens kuchlari vujudga keladi, hamda muxit deformatsiyalanadi, shuningdek, kuchlanish to'lqinlari paydo bo'ladi. Magnit maydonida elastik jism harakatini sekin harakatlanuvchi muxit elektrodinamika tenglamalari sistemasi va ponderomotor kuchlarni hisobga olgan holda dinamik elastiklik nazariyasi tenglamalari sistemalarini birgalikda qarash orqali tadqiq qilish mumkin. Bu sistema ponderomotor kuchlari ifodasi va umumlashgan Om qonuni munosabatlari nochiqli bo'lganligi sababli nochiqli bo'ladi. Maqolada nostatsionar elektromagnit kuchlar va mexanik yuklanishlar ta'sirida bo'lgan ferromagnit bo'lmagan yupqa xalqabiy plastinkaning magnitoelastik tebranishi matematik modellashtirilgan. Sonli natijalar olingan va ferromagnit bo'lmagan tok o'tkazuvchi xalqabiy plastinkaning kuchlanganlik deformatsiyalangan holati va elektromagnit effektlar tahlili o'tkazilgan.*

**Kalit so'zlar:** *plastinka, qobiq, deformatsiya, kuchlanish, elektromagnit maydoni, magnitoelastiklik.*