

UDK 681.03

L-TIZIMLAR USULIDA HOSIL QILINGAN FRAKTALLARDAN GEOMETRIK ALMASHTIRISHLARDAN FOYDALANGAN HOLDA MURAKKAB FRAKTAL TASVIRLARNI QURISH ALGORITMINI ISHLAB CHIQISH

Anarova Sh.¹, Ibrohimova Z.², To'xtasinov A.¹

¹Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti,
Toshkent, O'zbekiston

²Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
Samarqand filiali, Samarqand, O'zbekiston
omon_shoira@mail.ru, zuli117@mail.ru, t.adhamjon@mail.ru

Annotatsiya. *Ushbu maqolada fraktallar nazariyasining ayrim elementlari, fraktallarni qurish usullari va algoritmlari keltirib o'tilgan. Fraktallarni qurish usullaridan L-tizimlar usuli bo'yicha tadqiqotlar tahlili, ayrim fraktal tasvirlarni qurish alogitmlari, olingan natijalar taqdim etilgan. L-tizimlar usulini qo'llagan holda ajdahosimon, daraxtsimon, spiralsimon fraktallardan geometrik almashtirishlarni qo'llagan holda yangi murakkab fraktal tasvirlarni hosil qilishning geometrik modeli qurilib, ishlab chiqilgan dasturiy vosita yordamida natijalar olingan.*

Kalit so'zlar: *fraktal, L-tizimlar, ajdahosimon fraktal, daraxtsimon fraktal, spiralsimon fraktal.*

I. KIRISH

Jahonda fraktallar nazariyasining matematik jihatlarini tadqiqi, hamda, tabiiy jarayonlar va hodisalarni fraktallar nazariyasi g'oyalaridan foydalanib tavsiflash usullariga alohida e'tibor qaratilmoqda. Ayniqsa fraktal shakl-larning matematik tenglamalarini qurishda fraktallar nazariyasi, kompyuter grafikasi usullari va tizimlaridan keng foydalanilmoqda [1-5].

1968-yilda Vengriyalik botanik Aristid Lindenmayer o'simliklarning o'sish shakllarini biologik modellashtirish uchun grammatik tizimni ishlab chiqdi [6,7]. Lindenmayer tizimlari yoki qisqacha L-tizimlari dastlab o'simliklar rivojlanishining matematik nazariyasi sifatida ishlab chiqilgan. Ushbu tadqiqotda L-tizimlar usulidan foydalanib, o'ziga o'xshash fraktal naqshlarni yaratish algoritmiga misollar keltirilgan.

Bir tomondan, L-tizimlarining qonuniyati qayta yozishdir. Bu oddiy boshlang'ich ob'ekt qismlarini qayta yozish qoidalari to'plamidan foydalangan holda ketma-ket almashtirish orqali murakkab ob'ektlarni aniqlash texnikasi [8].

Boshqa tomondan, fraktallar geometriyasining asosiy komponenti rekursiya bo'lib, bu qoidani ketma-ket natijalarga qayta-qayta qo'llashdir. Shuning uchun, L-tizimlarini qayta yozish kontseptsiyasi murakkab fraktallarga erishish uchun rekursiyani qo'llashning samarali mexanizmidir [9-11].

II. L-TIZIMLAR USULI

Lindenmayer tizimi 1968-yilda vengriyalik botanik Aristid Lindenmayer tomonidan oddiy ko'p hujayrali organizmlarning rivojlanishini o'rganish uchun taklif qilingan. Keyinchalik u murakkab shoxlangan tuzilmalarni (daraxtlar, gullar), rasmiy tillarni,

biologik naslchilik modellarini, fraktallarni va boshqalarni modellashtirish uchun kengaytirildi [12].

L-tizimlar tatbig'i uchun qism tizimlari sifatida Turtle (toshbaqa algoritmi) grafika deb ataluvchi tizimlar qo'llaniladi. Bunda toshbaqa nuqtasi ekran bo'yicha, diskret qadamlar bilan qoidadagi kabi o'z izini chizib harakatlanadi yoki kerak bo'lsa chizmasdan ko'chadi [13].

Faraz qilamizki buyruqlar to'plamini bajaruvchilar toshbaqa bo'lsin. Toshbaqa tekislik bo'yicha ko'chadi. Toshbaqaning boshlang'ich holatining koordinatasini x, y va toshbaqa foydalanuvchi yo'nalishni aniqlovchi burchak α bo'lsin. Toshbaqaning xotirasi bor deb tasavvur qilinadi. Toshbaqaning boshlang'ich joylashgan koordinatasini x_0, y_0 va harakat yo'nalishi α_0 , shuningdek h qadamning qiymati berilgan, toshbaqa "oldinga" buyrug'i bo'yicha ko'chadi va o'ngga yoki chapga buyrug'i bo'yicha β burchakka buriladi [14-16].

Toshbaqa quyidagi buyruqlarni bajara oladigan bo'lsin:

"F" - α yo'nalishda h qadam oldinga iz qoldirib;

"f" - α yo'nalishda h qadam oldinga iz qoldirmay;

"+" - β burchak ostida (soat strelkasi bo'yicha) o'ngga burilish;

"-" - β burchak ostida (soat strelkasi bo'yicha) chapga burilish;

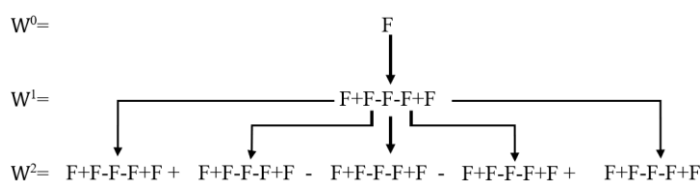
"[" - (x, y, α) boshlang'ich holatini xotiraga saqlab qolish;

"]" - oxirgi saqlanganlarni holati (x, y, α) ni eslab qolish.

Misol sifatida Kox triad egri chiziqlarini qurish jarayonini qaraymiz. Bu egri chiziq 1904-yili shved olimi Gelge fon Kox tomonidan o'rganilgan [20; 1-36-b.].

L-tizim iterativ jarayon orqali tuzilgan so'z va uni grafik talqin qilish algoritmidan iborat. Rasmiy ravishda so'z $F, b, +, -, [,]$ buyruq belgilaridan iborat bo'lib, quyidagi tarzda tuziladi. Boshlang'ich so'z aksiomaga $axiom = W^0 = W^0 (F, b, +, -, [,])$ bir vaqtning o'zida parallel ravishda qoidalarni hosil qiladi. Keyin jarayon takrorlanib, belgilarning murakkab ichki tuzilishiga ega W^0, W^1, W^2, \dots so'zlar ketma-ketligi olinadi.

Masalan, F aksioma va $F+F-F-F+F$ qoidadan foydalanib W^0, W^1, W^2, \dots ketma-ketlikni hosil qilishimiz mumkin:



1-rasm. L-tizim va toshbaqa grafikasini amalga oshirish.

Fraktallarni faqat bitta hosil qiluvchi qoidadan foydalangan holda qurishda quyidagi qiyinchilik yuzaga keladi. Biz qoidani o'qish yo'nalishini ba'zi bosqichlarda o'zgartira olmaymiz, ya'ni chapdan o'ngga emas, balki o'ngdan chapga o'qing. Ushbu muammoni hal qilmasdan, egri chiziqlarning turli sinflari uchun L-tizimlarini olish mumkin emas

(Peano egri chizig'i, Xarter-Hateway ajdahosi, Hagerty kafel va boshqalar). Misol uchun, "Xarter-Hateway ajdahosi" deb nomlangan fraktalni qurish uchun rasmda ko'rsatilgan generatsiya qoidasining o'qish yo'nalishini o'zgartirish imkoniyatiga ega bo'lish kerak. Chapdagi egri chiziq boshlovchi yoki aksioma sifatida ishlatiladi. Bu holatda avlod

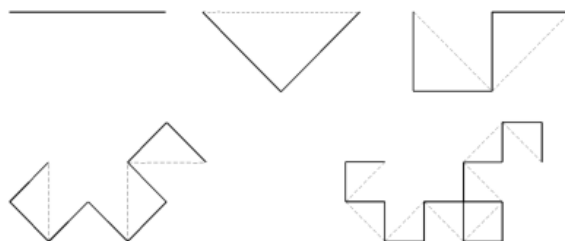
qoidasi tashabbuskorni avval oldinga, keyin esa orqaga tortishdir. Bunday sxema faqat bitta ishlab chiqaruvchi qoidadan foydalanadigan L -tizimlari doirasiga to'g'ri kelmaydi. Bu muammoni oldinga siljish uchun ikki xil buyruqni kiritish orqali hal qilish mumkin, masalan, X va Y . Faraz qilaylik, toshbaqa X va Y ni bir xil, ya'ni oldinga bir qadam sifatida izohlaydi.

Ushbu ikki harf bilan ajdaho uchun generativ qoidani quyidagicha yozish mumkin:

$$axiom = X,$$

$$newx = X+Y+,$$

$$newy = -X-Y.$$



2-rasm. Harter-Hateway ajdahosini qurish algoritmi



3-rasm. 3 ta takroriy mozaika (Patrik Xeygerti)

Biroq, biz bir qadam oldinga deb talqin qilingan faqat bitta F harfi mavjud bo'lgan asl yondashuvdan voz kechishni xohlamaymiz. Ushbu yondashuvga qaytish uchun X va Y harflarini toshbaqa e'tiborsiz qoldiradigan yordamchi o'zgaruvchilar sifatida ko'rib chiqamiz va ularni avlod qoidasida mos ravishda FX va FY bilan almashtiramiz.

$$\text{Biz olamiz: } axiom = FX,$$

$$FX = FX+YF+,$$

$$YF = -FX-YF.$$

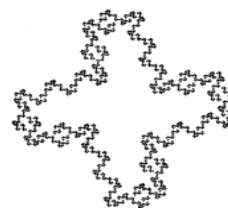
Bundan tashqari, shuni ta'kidlaymizki, xuddi shunday natijaga quyidagi generativ qoidalar yordamida erishish mumkin:

$$axiom = FX,$$

$$newf = F,$$

$$newx = X+YF+,$$

$$newy = -FX-Y.$$



4-rasm. 3 ta takrorlashdan keyin zanjir (Yang-Xi Luo)

L -tizimlar usulida fraktal tasvirni hosil qilish algoritmi:

$$\text{aksioma: "F"}$$

$$\text{qoida: "F" } \Rightarrow \text{"FX"},$$

$$\text{"X" } \Rightarrow \text{"X+Y"}$$

$$\text{"Y" } \Rightarrow \text{"FX-Y"}$$

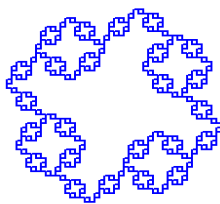
$$\text{burchak: } \frac{\pi}{2}$$

Gul naqshsimon fraktali

$$\text{Aksioma: } F+F+F+F$$

$$\text{Qoida: } F \Rightarrow FF+F+F+F+F+F-F$$

$$\text{Burchak: } 90 \text{ gradus}$$



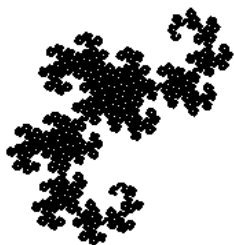
5-rasm. Gul naqshimon fraktali

Geometrik almashtirishlar yordamida fraktal tasvirlarni hosil qilishning geometrik model va algoritmi.

Quyida ushbu generativ qoidalardan foydalangan holda ajdaho qurishning bir necha qadamlari keltirilgan:

- 1-qadam: FX+YF+
- 2-qadam: FX+YF++-FX-YF+
- 3-qadam: FX+YF++-FX-YF++-FX++YF+-FX-YF+
- 4-qadam: FX+YF++-FX-YF++-FX++YF+-FX-YF++-FX+YF++-FX-YF+-FX+YF+-FX-YF+

6-rasmda **Harter-Hateway Dragonni** 12 ta takrorlashdan keyin ko'rsatadi. E'tibor bering, ajdaho bir nechta o'xshash qismlardan iborat.



6-rasm. L-tizimlar usulida olingan natija

Hosil qilingan fraktal tasvir uchun geometrik almashtirishlarni amalga oshirish uchun:

$$f_1 = \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{15}\right)}{\cos\left(\frac{(36-n)\pi}{180}\right)}$$

$$f_2 = \sin\left(\frac{2\pi}{15}\right) - f_1 \cdot \sin\left(\frac{(36-n) \cdot \pi}{180}\right)$$

Berilgan burchak asosida burish (ko'chirish)ni amalga oshirish uchun:

$$\begin{cases} x' = x + r \cos \frac{\pi d}{180} \\ y' = x + r \sin \frac{\pi d}{180} \end{cases}$$

bu yerda $d = \frac{360}{n}$

- m – ichki akslantirish soni
- n – tashqi akslantirishlar soni
- r – ko'chish (markaziy)
- itr – qadamlar soni
- d – burish burchagi

“Fraktal dizayn” dasturiy vositasi L-tizim, IFS va analitik usullari hamda geometrik almashtirishlarni qo'llagan holda fraktal tasvirlar hosil qiladi.

Dasturiy vosita ishga tushirilganda namoyish bo'luvchi asosiy grafik interfeysning ko'rinishi 7-rasmda keltirilgan.

Bu yerda:

1. Dastur nomi
2. Fraktallarni hosil qilish usullari
3. Fraktallarni hosil qilish turlari
4. Fraktallarni hosil qilish qiymatlari
5. Asosiy ishchi maydon

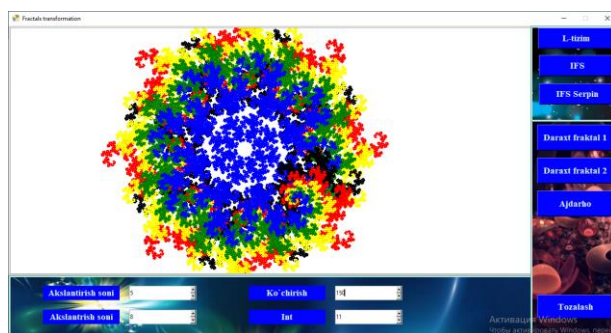


7-rasm. Dasturiy vositaning asosiy ishchi oynasi

Fraktallarni L -tizimlar usuli bilan qurish uchun “ L -tizim” tugmachasini tanlaymiz. Fraktallarni chizish uchun “*Daraxt fraktal 1*”, “*Daraxt fraktal 2*” va “*Ajdarho*” tugmalaridan foydalanishimiz kerak bo'ladi. Misol uchun “*Ajdarho*” tugmasini tanlab, qadamlar soni, ichki akslantirish, tashqi akslantirish va ko'chirish(markazga nisbatan) kritganimizda bizga fraktal shaklni L -tizimlar usulda hosil qilingan natijani (8-rasm)

geometrik almashtirishlar orqali murakkab fraktal tasvir chizib beradi.

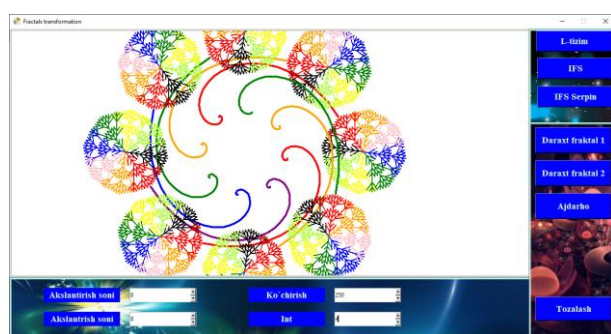
Bu yerda “**Int**” – L -tizimlar usulidagi qadamlar soni, “Akslantirish soni” – ichki va tashqi ko'chirish va burishlar soni, “Ko'chirish” – tashqi ko'chirish va burishlarni markazga nisbatan masofasi. “Int” – 11; “Akslantirish soni”(ichki) – 5; “Akslantirish soni”(tashqi) – 8; “Ko'chirish”(markazga nisbatan) – 150; Olingan natija quydagicha:



8-rasm. Ajdarhoni L -tizimlar usulida olingan natijasini geometrik almashtirishlar orqali olingan yangi murakkab fraktal tasvir.

L -tizimlar usulida olingan natijani geometrik almashtirishlar orqali yangi murakkab fraktal tasvirlarni “*Daraxt fraktal 1*” va “*Daraxt fraktal 2*” tugmachalari yordamida hosil qilamiz. “*Daraxt fraktal 1*” tugmasini quydagi

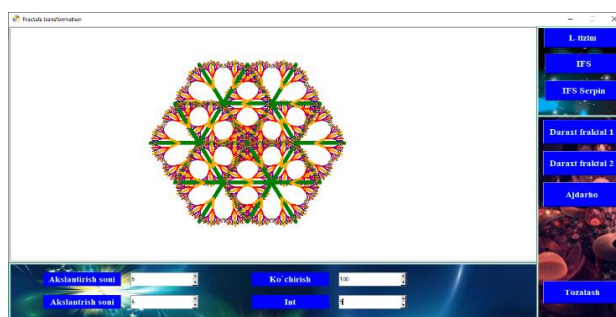
qiymatlar bilan bosamiz: “Int” – 4; “Akslantirish soni” (ichki) – 8; “Akslantirish soni” (tashqi) – 8; “Ko'chirish” (markazga nisbatan) – 250; Olingan natija quydagicha:



9-rasm. Daraxt fraktalini L -tizimlar usulida olingan natijasini geometrik almashtirishlar orqali olingan yangi murakkab fraktal tasvir.

“*Daraxt fraktal 2*” tugmasini quydagi qiymatlar bilan bosamiz: “Int” – 5; “Akslantirish soni” (ichki) – 6;

“Akslantirish soni” (tashqi) – 6; “Ko'chirish” (markazga nisbatan) – 100; Olingan natija quydagicha:



10-rasm. Daraxt fraktalini L -tizimlar usulida olingan natijasini geometrik almashtirishlar orqali olingan yangi murakkab fraktal tasvir.

III. XULOSA

Fraktal shakllar matematika, informatika va san'atdagi bilimlarni jamlab yaratilgan mukammal asarlardan biri hisoblanadi. Fraktal geometriya tushunchasi kirib kelguniga qadar tabiiy ob'ektlarning geometrik modellari to'g'ri chiziqlar, uchburchaklar, doiralar, to'rtburchaklar, sharlar kabi oddiy shakllarning kombinatsiyasidan foydalanilgan holda tasvirlangan. Ammo, Yevklid geometriyasi yordamida yanada murakkab tabiiy ob'ektlarni, masalan, g'ovakli materiallarni, bulut shakllarini, daraxt shakllarini tasvirlash oson emas. Bugungi kunda fraktallar nazariyasining matematik jihatlarini tadqiqi, shuningdek, tabiiy jarayonlar va hodisalarni fraktallar nazariyasidan foydalanib tavsiflash usullarining mustaqil yangi sohasidir.

Ushbu maqolada L -tizimlar usulidan, geometrik almashtirishlardan foydalanib murakkab fraktal tuzilishlarni hosil qilish algoritmi asosida ishlab chiqilgan dasturiy vositadan to'qimachilik sanoatida, qurilish materiallariga dizayn berishda, gazlama va gilamlarga naqsh tushirish texnologiyalarida samarali foydalanish mumkin.

ADABIYOTLAR

- [1] *V. L. Rvačev* Metod R – funkciya i ee nekotorye prilozheniya. – Kiev: «Naukovo-dumka», pp.1982. – 552.
- [2] *M. R. Kronover*. Fraktaly i haos v dinamičeskix sistemah. osnovy teorii. Postmarket, Moskva 2000. – pp.350.
- [3] *B. Mandelbrot* Fraktalnaja geometrija prirody. Per. s angl. – M.: Institut komp'juternyh isledovanij, 2002. – pp. 666.
- [4] *K. V. Maksimenko-Šejko* R -funkcii v matematičeskom modelirovanii geometričeskix objektov i fizičeskix polej. Monografija. – Har'kov, IPMaš NAN Ukrainy, 2009. – pp.306.
- [5] *K.V.Maksimenko, T.I.Šejko* R -funkcii v matematičeskom modelirovanii geometričeskix ob'ektov v 3D po informacii 2D // Vestnik Zaporozhskogo universiteta, 2010. №1, – pp.98-105.
- [6] *K.V.Maksimenko, A.V.Tolok, T.I.Šejko* R -funkcii kak apparat v prilozhenijah fraktal'noj geometrii // Prikladnaja informatika. - 2010. №6(30), – pp.21-27.
- [7] *K.V.Maksimenko, A.V.Tolok, T.I.Šejko* R -funkcii v fraktal'noj geometrii // Informacionnye tehnologii. -M.: Izdatel'stvo Novye tehnologii. - 2011, № 7. – pp.24-27.
- [8] *K.V.Maksimenko, T.I.Šejko* Matematičeskoe modelirovanie geometričeskix fraktalov s pomoš'ju R -funkcij // Kibernetika i sistemnyj analiz. – 2012. №4, – pp.155 - 162.

- [9] *Ju.S.Semerič, E.G. Romanova, N.A. Romanov* Rešenje obratnoj zadači analitičeskoj geometrii metodom R-funkcij // Trudy međunarodnogo simpoziuma «Nadežnost' i kačestvo». – 2012. T. 1. – pp.229 - 231.
- [10] *Ju.S.Semerič, E.G.Romanova, N.A. Romanov.* Matematičeskoe modelirovanie geometričeskih fraktalov s pomoš'ju R-funkcij // Trudy međunarodnogo simpoziuma «Nadežnost' i kačestvo». – 2012. T. 1. – pp.229 - 231.
- [11] *Sh.A.Nazirov, Sh.A.Anarova, F.M.Nuraliyev* Fraktallar nazariyasi asoslari. Tashkent: Navro'z. Monografiya. 2017. - pp.128.
- [12] *Sh.A.Anarova, F.M.Nuraliev, O.M.Narzulloev* Construction of the equation of fractals structure based on the rvachev R-functions theories. Mechanical Science and Technology Update, IOP Publishing, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1260 (2019) 102002.
- [13] *F.M.Nuraliev, Sh.A.Anarova, O.M.Narzulloev* Mathematical and software of fractal structures from combinatorial numbers. International Conference on Information Science and Communications Technologies ICISCT 2019 Applications, Trends and Opportunities 4th, 5th and 6th of November 2019, Tashkent University of Information Technologies TUIT, TASHKENT, UZBEKISTAN.
- [14] *Sh.A.Anarova, O.M.Narzulloev, Z.E.Ibragimova* Development of Fractal Equations of National Design Patterns based on the Method of R-Function. International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE) ISSN: 2278-3075, Volume-9, Issue-4, February 2020. –pp. 134-147.
- [15] *Y. Romadiastri,* Batik Fraktal: Perkembangan Aplikasi Geometri Fraktal. Delta: J. Ilm. Pendidik. Matematika 2017, 1, pp.158–164.
- [16] *M.F. Barnsley,* Fractals Everywhere; Academic Press: New York, NY, USA, 2014

Поступила в редакцию 15.11.2022

Citation: *Anarova Sh., Ibrohimova Z., To'xtasinov A.* (2023). L-tizimlar usulida hosil qilingan fraktallardan geometrik almashtirishlardan foydalangan holda murakkab fraktal tasvirlarni qurish algoritmini ishlab chiqish. Raqamli texnologiyalarning nazariy va amaliy masalalari xalqaro jurnali. 1(3). – B. 102-109.

DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR CONSTRUCTING COMPLEX FRACTAL IMAGES USING GEOMETRIC SUBSTITUTIONS FROM FRACTALS GENERATED BY THE L-SYSTEMS METHOD

Anarova Sh.¹, Ibrohimova Z.², To'xtasinov A.¹

¹ Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan

² Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan
omon_shoira@mail.ru, zuli117@mail.ru, t.adhamjon@mail.ru

Abstract. *In this article, some elements of the theory of fractals, methods and algorithms for constructing fractals are mentioned. The analysis of studies on the method of L-systems from the methods of constructing fractals, algorithms for constructing some fractal images, and the obtained results are presented. Using the method of L-systems, a geometric model of creating new complex fractal images using geometric substitutions from dragon-shaped, tree-shaped, and spiral fractals was built, and the results were obtained using the developed software.*

Keywords: *fractal, L-systems, dragon fractal, tree fractal, spiral fractal.*

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ СЛОЖНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОДСТАВОК ИЗ ФРАКТАЛОВ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ L-СИСТЕМ

Анарова Ш.¹, Иброхимова З.², Тухтасинов А.¹

¹Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Ташкент, Узбекистан

²Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан
omon_shoira@mail.ru, zuli117@mail.ru, t.adhamjon@mail.ru

Аннотация. *в данной статье упоминаются некоторые элементы теории фракталов, методы и алгоритмы построения фракталов. Представлен анализ исследований по методу L-систем из методов построения фракталов, алгоритмов построения некоторых фрактальных образов и полученных результатов. Методом L-систем построена геометрическая модель создания новых сложных фрактальных образов с помощью геометрических замен из драконообразных, древовидных и спиралевидных фракталов, результаты получены с помощью разработанного программного обеспечения.*

Ключевые слова: *фрактал, L-системы, фрактал дракона, фрактал дерева, фрактал спирали.*