

УДК 519.63

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИОНООБМЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ ПРОЦЕССА КОЛЬМАТАЦИИ И СУФФОЗИИ

Саидов У.М.¹, Саманова Г.Б.¹

¹ Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан

Аннотация. В исследовательской работе решается актуальная задача, связанной с технологическим процессом фильтрования и обезвоживания жидких растворов от мелкодисперсных примесей и частиц, а также от нежелательных ионных соединений. Для разработки математическая модель технологического процесса анализированы научно-исследовательских работ за последней 10-15 лет связанные с объектом исследования на основе чего разработаны математическая модель и устойчивый численный алгоритм для проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ. При разработке математическая модель технологического процесса учтены основные факторы и параметры, которые существенно воздействует на объект исследования и особое внимание уделяются процесс кольматация и суффозия в пористой среде.

В работе решается задача связанных с определением основных параметров и их диапазонов изменения процесса приводящий к повышению производительности используемых фильтров, уменьшению потере ценного сырья и к улучшению качества получаемого выходного продукта. На основе анализа проведенных численных экспериментов сформулированы выводы, служащие основанием для принятия соответствующих управленческих решений.

Проведенными численными расчетами установлены что: за счет кольматация гель-частиц в порах фильтра и образования слоя осадки на поверхности фильтровальной колонки агрегата скорость фильтрования суспензии со временем уменьшается; при фильтрования суспензии существенную роль играют интенсивность подачи жидкости к колонку агрегата, толщина перегородки и первоначальной пористости фильтра; рост скорости подачи жидкости к колонке фильтра в начальных стадиях процесса фильтрования приведет к росту производительности фильтра, а затем за счет процесса кольматации сокращается времени переключения фильтровального агрегата и к росту гидравлического давления в фильтре; с ростом коэффициента бародиффузии растет скорость изменения обменивающихся ионов в растворе и фильтровальной перегородке и максимальное насыщение ее пор фильтра ионами и гель-частицами произойдет в верхних слоях фильтровальной перегородки и время работы фильтра увеличивается с ростом размеров гель-частиц в растворе.

Ключевые слова: математическая модель, численный алгоритм, технологический процесс, фильтрования, суспензия, вычислительный эксперимент.

I. ВВЕДЕНИЕ

В процессе перехода к рыночным и новым экономическим отношениям перед всеми отраслями народного хозяйства поставлены задачи по совершенствованию и управлению производства и повышению его эффективности. Повышение эффективности производства прежде всего связано с развитием технологических процессов, требующих всестороннего исследования их с помощью адекватно описывающих математических моделей и проведением вычислительного эксперимента (ВЭ) на ЭВМ.

Успешное выполнение комплексной программы дальнейшего совершенствования всех областей народного хозяйства, в том числе производства обработки пищевых, горно-обогатительных, машиностроительных, фармацевтических и др. промышленности неразрывно связано с всесторонним изучением технологий очищения и фильтрования исходного сырья, а также и их сортирования в зависимости от основных физико-механических свойств и химического состава, при различных режимах работы сепарирующих и фильтрующих агрегатов.

Фильтрование смесей осуществляется с помощью различных видов агрегатов, при этом неправильный выбор технологий и агрегатов приводит к значительной потере ценного сырья, уменьшению производительности фильтрующих агрегатов и снижение качество получаемого выходного продукта.

Поэтому как в теоретической, так и своей прикладной значимостью выделяются проблемы, связанные с иссле-

дованиям и управлениям нестационарных технологических процессов сепарирования и фильтрования смесей с целью повышения технико-экономических показателей сепарирующих, фильтрующих агрегатов и машин.

Надо отметить, что процесс очистки и разделения высококонцентрированных жидких растворов, а также фильтрования пресных вод от нежелательных ионов и мелкодисперсных частиц с помощью ионитных фильтров с учетом закупоривание пор фильтровальной перегородки, перепад давления внутри камеры фильтра, процесса коагуляции и суффозии и т.д. является сложными нестационарными технологическими процессами (СНТП).

Как показало из анализ проведенных экспериментальных лабораторных исследований на процесс очистки и разделения жидких растворов воздействует множество внешних и внутренних факторов с различными удельными весами, а малое отклонение значений этих параметров от нормы приводит к качественному и количественному изменениям рассматриваемого технологического процесса в целом. Поэтому определения и синтез основных параметров СНТП, определение диапазонов их изменения, а также выбор приемлемого режима работы фильтруемого агрегата является важнейшим задачам для эффективного управления и функционирования процесса.

С учетом выше сказанного, один из эффективных методов для комплексного проведения исследования данным процессом и синтеза основных параметров и их диапазонов изменения эта - математический инструмент - математическую модель (ММ), численный

алгоритм и программные средства для проведения вычислительного эксперимента на ЭВМ.

Одним из основных алгоритмических средств и методов для решения поставленной задачи в виде математической модели объекта исследования, позволяющий, прогнозировать и управлять процессом является конечно-разностный метод, основанный на замене дифференциальных операторов на разностные, т.е. замена непрерывной области изменения искомого переменных, входящих в систему нелинейных уравнений на сеточную.

На базе математических моделей, численных методов и их алгоритмов можно создать программное и информационное обеспечение, которое в комплексе с ЭВМ является инструментом научного познания и управления СНТП в целом.

С проблемой математического моделирования СНТП занимались многие ученые и ими получены значительные теоретические и прикладные результаты.

В частности в работе [1] для повышения эффективности удаления взвешенных частиц из раствора на быстрых фильтрах предложена новая конструкция фильтровального агрегата. Улучшение основано на применении одновременно с зернистым фильтрующим слоем вертикальных дренажных элементов с пористыми волокнистыми оболочками. Как отмечено авторами статьи, такое решение позволяет перенести часть нагрузки на корпуса дренажных элементов, уменьшить кольматирование и потери напора в слое зернистого фильтра, а также более равномерно распределить загрязнения по его

высоте. В работе уравнение фильтрации было получено для описания параллельной фильтрации низкоконцентрированной суспензии через гранулированную среду и волокнистую среду, где математическая модель включает уравнения массопереноса, массообмена и зависимости для учета влияния кольматирования и параметров фильтрующих сред. Проведя вычислительные эксперименты на ЭВМ определены следующие значимые параметры для фильтра с улучшенной конструкцией: эквивалентный диаметр частиц в фильтрующем слое, рабочая высота вертикального дренажного элемента, продолжительность промывки пористой волокнистой оболочки.

В статье [2] рассматривается проблема изменения проницаемости коллекторов в призабойной зоне, а также проблема снижения водозаборной способности нагнетательных скважин из-за кольматации пор и каналов продуктивного пласта взвешенными твердыми частицами. Автор данной работы выполнил мониторинг коррозии, а также наблюдение за составом закачиваемой воды и анализ механических примесей в закачиваемой воде. Основной задачей и техническим результатом данной разработки является повышение эффективности очистки полевых сточных вод и пластовых вод, в которых содержатся взвешенные твердые частицы и ими предложен новый метод глубокой очистки пластовых вод, обеспечивающий улавливание взвешенных твердых частиц.

В статье [3] рассматриваются вопросы водоподготовки при разработке нефтяных месторождений с использованием заводнения. Авторами работы показано, что эти примеси воды могут усиливать кольматирование породы

вплоть до полного забивания пор и переломы. Следовательно, вопросы улучшения качества закачиваемой воды, направленные на улучшение свойств коллектора, имеют были изучены с разных точек зрения.

Задача моделирования кислотной обработки доломитового коллектора нефтяного пласта призабойная зона рассматривается с учетом кольматации породы рассмотрена в работе [4]. Математическая модель процесса учитывает жидкий поток просачивания и химическую реакцию кислоты с матрицей породы, протекающей в кинетическом режиме.

С учетом диффузионных явлений в работе [5] исследована задача о кольматационно-суффозионной фильтрации дисперсных систем в двумерной пористой среде, состоящей из двух зон с подвижными и неподвижными жидкостями. Были определены влияние латеральной и продольной диффузии и явления кольматации-суффозии на коллекторские свойства пористой среды

В статье [6] рассмотрена четырехкомпонентная континуальная конечно-разностная модель для суффозии и была расширена посредством процесса самофильтрации. В этот момент теория случайных полей была введена в код конечных разностей для исследования засыпки почвы со случайно распределенной начальной пористостью и содержанием мелких частиц. Вероятностное исследование с использованием метода Монте-Карло было проведено для анализа влияния дисперсии, длины пространственной корреляции и взаимной корреляции случайно распределенной начальной пористости и содержания мелких частиц на эродированную массу.

Сжимаемость осадка (кейк слая) является одним из основных факторов, определяющих характеристики процесса фильтрования [7]. Сжимаемость осадки обусловлена деформацией частиц и их переупаковкой в процессе роста его толщины. При этом происходит уплотнение осадка, т.е. изменение его структуры, что в свою очередь приводит к изменению других характеристик, в частности, распределения давления вдоль осадка, фильтрационного сопротивления и др. [8]. По толщине слой осадка консолидируется в различной степени. С удалением от поверхности фильтра прижимное усилие, удерживающее частицы в слое, уменьшается. Это определяет неравномерное распределение практически всех параметров осадка по его толщине [9].

В [8] установлено, что сжимаемость слоя осадка приводит к такому явлению: поток фильтрата с увеличением перепада давления может возрастать до определенных значений в зависимости от типа суспензий. Дальнейшее увеличение перепада давления Δp не приводит к увеличению расхода фильтрата. Это явление объясняется консолидацией слоя вблизи фильтра и, как следствие, ростом гидравлического сопротивления.

При отмеченных условиях расчетные модели процесса фильтрования должны учитывать сжимаемость осадка, а использование средних по толщине гидродинамических характеристик может привести к неудовлетворительным результатам [10-12]. В частности, нельзя опираться на методы расчета, основанные на использовании среднего удельного сопротивления осадка, зависящего от перепада давления.

В [9] предложена модель, использующая принципы механики многофазных систем [13], которая описывает неоднородное распределение гидродинамических величин по толщине осадка.

Анализ выше указанных работ и проведенные исследования СНТП показало, что в работе отдельных авторов решается процесс фильтрация жидкости с учетом коагуляционного и суффозионного процесса в пористых средах при постоянной скорости фильтрации и без учета интенсивности осаждения частиц в порах фильтра, в работах других авторов решается задача фильтрация жидкости без учета ионообменного процесса фильтрация жидкости в пористых средах. В наших предыдущих работах [14-16] рассмотрены: во первых, процесс фильтрация суспензии с учетом изменения скорости фильтрация; во вторых, с учетом образования слоя осадки на поверхности фильтра и их сжимаемости; в третьих, с учетом скорости осаждения гелевых частиц в порах фильтра где происхо-

дит заполнение пор фильтра гелевыми частицами и закупоривания пористости фильтра.

Проведенные исследования показали, что за счет быстрого роста скорости осаждения частиц в порах фильтра и образования слоя осадки и их сжимаемости происходит несвоевременное переключение фильтра, роста гидравлического давления в колонке агрегата, уменьшения скорости фильтрования и т.д. Поэтому, при ММ объекта необходимо учитывать влияние этих параметров на изменение пористость и проницаемость ионитного фильтра со временем при коагуляционного и суффозионного процесса.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

Для проведения комплексного исследования, прогнозирования, синтеза основных параметров и их диапазонов изменения, а также принятия управленческих решения по СНТП на основе законов гидродинамики и кинетики процесса разработана ММ:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial mn}{\partial t} + \frac{\partial Wn}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\chi \frac{\partial n}{\partial x} \right) + \frac{\chi_b}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}, \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= \beta(n - n'), \\ N &= \frac{n'}{a + bn'} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + W \frac{\partial W}{\partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{\mu H_0 W}{\rho H k_0 (1 - \delta)^2}, \\ \frac{\partial m\theta}{\partial t} + \frac{\partial W\theta}{\partial x} + \frac{\partial m\alpha}{\partial t} + (1 - m_0) \frac{\partial m\delta}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial \delta}{\partial t} &= \lambda(\theta - \gamma\delta), \quad \theta = \frac{\alpha}{1 - \delta}, \\ \frac{\partial m}{\partial t} &= \omega_1(m_0 - m)|\nabla P| - \omega_2 m\theta. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\left. \begin{aligned} W = 1, \quad \theta = e^{\frac{-\lambda m H_0 (1-m_0)x}{W_0}} = \varphi(x), \quad \delta = 0, \quad m = m_0 \quad \text{при} \quad t = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{H_0^3}{H k_0} \left[P_0 - \frac{W}{(1-\delta)^2} \right], \quad \theta = 1 \quad \text{при} \quad x = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{m H_0 \lambda (1-m_0)}{W_0} (\gamma_0 \delta - \theta), \quad \text{при} \quad x = 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где W - скорость фильтрования; θ - объемная концентрация взвеси в движущей смеси; δ - концентрация взвеси осевшей массы в порах фильтра; α - концентрация частиц, находящихся во взвешенном состоянии; F - площадь фильтра; ρ и μ - плотность и вязкость суспензий; P - давление в колонке агрегата; H_0 - толщина фильтра; k_0 - коэффициент проницаемости фильтра до начала его работы; n и N - неравновесные концентрации обменивающихся ионов в растворе в единице длины сорбционной колонке; β - эффективная константа обменивающихся ионов; χ - коэффициент продольной диффузии; χ_b - коэффициент бародиффузии; a и b - постоянные изотермы; λ - кинетический коэффициент; n' - концентрация ионов в растворе, находящаяся в равновесии с концентрацией N ; γ - коэффициент дисперсии; β - эффективная константа скорости обменивающихся ионов; m_0, m_1 - начальная пористость и пористость осевшей массы, ω_1, ω_2 - коэффициенты, характеризующие интенсивность суффозии и коагуляции пор, $|\nabla p|$ - модуль градиента давления, t - время.

III. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ.

Из постановка задача (1)-(3) видно, она описывается системой нелинейных уравнений в частных производных и получить аналитическое решение затруднительно. Исходя из вышесказанной для численного интегрирования задача используем конечно-разностный метод, то есть дифференциальные операторы заменяем на сеточные (конечно-разностные), а для повышения порядок аппроксимации применяем векторно-разностная схема с точностью $O(h^2)$ и в конечном итоге получим систем дифференциальных уравнений в безразмерном виде [17]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n_1}{\partial t} + \gamma \frac{\partial n_2}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial t} = \frac{D_4 \alpha c}{H_0^2} \frac{\partial^2 n_1}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial n_2}{\partial t} + \gamma \frac{\partial n_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial t} = \frac{D_4 \alpha \tau}{H_0^2} \frac{\partial^2 n_2}{\partial x^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial t} = \beta \alpha \tau \left(n_1 - \frac{a_1 N_1}{a_2 - b N_1} \right), \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} = \beta \alpha \tau \left(n_2 - \frac{a_1 N_2}{a_2 - b N_2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W_1}{\partial t} + W_1 \frac{\partial W_2}{\partial x} - \frac{W_1}{1-\theta_{31}} \frac{\partial \theta_{31}}{\partial t} &= -Eu \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} - \frac{W_1}{(1-\theta_{31})(1-\delta_1)^2}, \\ \frac{\partial W_2}{\partial t} + W_2 \frac{\partial W_1}{\partial x} - \frac{W_2}{1-\theta_{32}} \frac{\partial \theta_{32}}{\partial t} &= -Eu \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 W_2}{\partial x^2} - \frac{1}{\text{Re}_1} \frac{W_2}{(1-\theta_{32})(1-\delta_2)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial W_1 Z}{\partial x} &= O, \\ \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial W_2 y}{\partial x} &= O. \end{aligned} \right\} \quad (7) \quad \theta_{32} = \int_0^1 \frac{Z(1-\delta_2)}{2-\delta_2} dx.$$

Краевые условия задачи (4) - (9) имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \delta_1}{\partial t} &= \lambda_o (y - \gamma_o \delta_1), \\ \frac{\partial \delta_2}{\partial t} &= \lambda_o (Z - \gamma_o \delta_2). \end{aligned} \right\} \quad (8) \quad \text{при } t=0$$

$$\begin{aligned} W_1 = W_2 = 1, \delta_1 = \delta_2 = O, \\ y = Z = \phi(t), \zeta_1 = \zeta_2 = m_0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} &= \omega_1 (m_0 - \zeta_1) |\nabla p| - \omega_2 \zeta_1 y, \\ \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} &= \omega_1 (m_0 - \zeta_2) |\nabla p| - \omega_2 \zeta_2 Z. \end{aligned} \right\} \quad (9) \quad \text{при } t > 0$$

$$\begin{aligned} W_1|_{x=1} = W_2|_{x=1} = 1, \\ y|_{x=0} = Z|_{x=0} = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\partial W_1}{\partial x}|_{x=1} = \frac{\partial W_2}{\partial x}|_{x=1} = 0 \quad (12)$$

где

$$\theta_{31} = \int_0^1 \frac{y(1-\delta_1)}{2-\delta_1} dx;$$

Аппроксимируя неявной схемой систему уравнений (20) – (25), получим:

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_{1,i} - \bar{n}_{1,i}}{\tau} + \gamma \frac{n_{2,i+1} - n_{2,i}}{h} + \beta \alpha_\tau \left(n_{1,i} - \frac{a_1 N_{1,o}}{a_2 - b N_{1,o}} \right) &= \frac{D_4 \alpha_\tau}{H_o^2} \frac{n_{1,i+1} - 2n_{1,i} + n_{1,i-1}}{h^2}, \\ \frac{n_{2,i} - \bar{n}_{2,i}}{\tau} + \gamma \frac{n_{1,i+1} - n_{1,i}}{h} + \beta \alpha_\tau \left(n_{2,i} - \frac{a_1 N_{2,o}}{a_2 - b N_{2,o}} \right) &= \frac{D_4 \alpha_\tau}{H_o^2} \frac{n_{2,i+1} - 2n_{2,i} + n_{2,i-1}}{h^2}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N_1}{\partial t} &= \beta \alpha_\tau \left(n_1 - \frac{a_1 N_1}{a_2 - b N_1} \right), \\ \frac{\partial N_2}{\partial t} &= \beta \alpha_\tau \left(n_2 - \frac{a_1 N_2}{a_2 - b N_2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{W_{1i} - \bar{W}_{1i}}{\tau} + W_{1i}^{(s-1)} \frac{W_{2i} - W_{2i-1}}{h} - \frac{W_{1i}}{1-\theta_{31}} \frac{\partial \theta_{31}}{\partial t} &= \\ -Eu \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{W_{1i+1} - 2W_{1i} + W_{1i-1}}{h^2} - \frac{1}{\text{Re}_1} \frac{W_{1i}}{(1-\theta_{31})(1-\delta_{1i})^2}, \\ \frac{W_{2i} - \bar{W}_{2i}}{\tau} + W_{2i}^{(s-1)} \frac{W_{1i+1} - W_{1i}}{h} - \frac{W_{2i}}{1-\theta_{32}} \frac{\partial \theta_{32}}{\partial t} &= \\ -Eu \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{W_{2i+1} - 2W_{2i} + W_{2i-1}}{h^2} - \frac{1}{\text{Re}_1} \frac{W_{2i}}{(1-\theta_{32})(1-\delta_{2i})^2}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_i - \bar{y}_i}{\tau} + \frac{W_{1i}Z_i - W_{2i-1}Z_{i-1}}{h} &= 0, \\ \frac{Z_i - \bar{Z}_i}{\tau} + \frac{W_{2i+1}y_{i+1} - W_{2i}y_i}{h} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta_{1i} - \bar{\delta}_{1i}}{\tau} &= \lambda_o (y_i - \gamma_o \delta_{1i}), \\ \frac{\delta_{2i} - \bar{\delta}_{2i}}{\tau} &= \lambda_o (Z_i - \gamma_o \delta_{2i}). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta_1 - \bar{\zeta}_1}{\tau} &= \omega_1 (m_0 - \zeta_1) |\nabla p| - \omega_2 \zeta_1 y, \\ \frac{\zeta_2 - \bar{\zeta}_2}{\tau} &= \omega_1 (m_0 - \zeta_2) |\nabla p| - \omega_2 \zeta_2 Z. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Здесь:

$$W_{1i} = W_{1i}^{(s)}, W_{2i} = W_{2i}^{(s)}, \quad \theta_{31} = \int_0^1 \frac{y_i (1 - \delta_{1i})}{2 - \delta_{1i}} dx, \theta_{32} = \int_0^1 \frac{Z_i (1 - \delta_{2i})}{2 - \delta_{2i}} dx.$$

Из системы уравнений (13)-(14) получаем

$$\left. \begin{aligned} a_{1,i} n_{1,i+1} - b_{1,i} n_{1,i} + c_{1,i} n_{1,i-1} - d_{1,i} n_{2,i-1} + \ell_{1,i} n_{2,i-1} &= -f_{1,i}, \\ a'_{1,i} n_{2,i+1} - b'_{1,i} n_{2,i} + c'_{1,i} n_{2,i-1} - d'_{1,i} n_{1,i-1} + \ell'_{1,i} n_{1,i-1} &= -f'_{1,i}. \end{aligned} \right\} \quad (18')$$

Решение системы (18') ищется в виде

$$\left. \begin{aligned} n_{1i} &= A_{1i} n_{1i+1} + B_{1i} n_{2i+1} + C_{1i}, \\ n_{2i} &= A'_{1i} n_{2i+1} + B'_{1i} n_{1i+1} + C'_{1i}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Коэффициенты, входящие в систему (19), определяются из рекуррентных соотношений:

$$A_{1,i+1} = \frac{1}{R_{1,i}} \left[a_{1,i} (b'_{1,i} - c'_{1,i} A'_{1,i}) - d'_{1,i} (c_{1,i} B_{1,i} - d_{1,i} + \ell_{1,i} A'_{1,i}) \right],$$

$$B_{1,i+1} = \frac{1}{R_{1,i}} (c_{1,i} B_{1,i} - d_{1,i} + \ell_{1,i} A'_{1,i}),$$

$$C_{1,i+1} = \frac{1}{R_{1,i}} \left[(c_{1,i} C_i + \ell_{1,i} C'_{1,i} + f_{1,i}) (b'_{1,i} - c'_{1,i} A'_{1,i}) + (c_{1,i} B_{1,i} - d_{1,i} + \ell_{1,i} A'_{1,i}) (c_{1,i} - C'_{1,i} f'_{1,i}) \right],$$

$$A'_{1,i+1} = \frac{a'_{1,i}}{R_{1,i}} (b_{1,i} - c_{1,i} A_{1,i} - \ell_{1,i} B'_{1,i}),$$

$$B'_{1,i+1} = \frac{1}{R_{1,i}} \left[a'_{1,i} (\ell'_{1,i} + c'_{1,i} B'_{1,i}) - d'_{1,i} (b_{1,i} - c_{1,i} B'_{1,i}) (b_{1,i} - C_{1,i} A_{1,i} - \ell_{1,i} B'_{1,i}) \right],$$

$$C'_{1,i+1} = \frac{1}{R_{1,i}} \left[(b_{1,i} - c_{1,i}A_{1,i} - \ell_{1,i}B'_{1,i})(c_{1,i}C'_{1,i} + f'_{1,i})(\ell'_{1,i} + c'_{1,i}B'_{1,i})(c_{1,i}C_{1,i} + \ell_{1,i}C'_{1,i} + f_{1,i}) \right],$$

$$R_{1,i} = (b_{1,i} - c_{1,i}A_{1,i} - \ell_{1,i}B'_{1,i})(b'_{1,i} - c'_{1,i}A'_{1,i})(c_{1,i}B_{1,i} - d_{1,i} + \ell_{1,i}A'_{1,i})(\ell'_{1,i} + c'_{1,i}B'_{1,i}).$$

где

$$a_{1,i} = \frac{\gamma_2}{h_2}, \quad a'_{1,i} = \frac{\gamma_2}{h_2}, \quad b_{1,i} = \frac{2\gamma_2}{h_2} + \frac{1 + \bar{\alpha}_{2,i}}{\tau}, \quad b'_{1,i} = \frac{2\gamma_2}{h_2} + \frac{1 + \bar{\alpha}_{2,i}}{\tau},$$

$$c_{1,i} = c'_{1,i} = \frac{\gamma_2}{h}, \quad d_{1,i} = d'_{1,i} = \frac{\gamma_1}{h}, \quad \ell_{1,i} = \ell'_{1,i} = \frac{\gamma_1}{h}, \quad f_{1,i} = \frac{1}{\tau}(\bar{n}_{2,i} + \bar{n}_{2,i} - \delta j_{2i}),$$

$$f'_{1,i} = \frac{1}{\tau}(\bar{n}_{2,i} + \bar{n}_{2,i} - \delta j_{1i}), \quad \gamma_1 = \frac{W_o}{H_o^2} \cdot W, \quad \gamma_2 = \frac{D_4 \partial \tau}{H_o^2},$$

$$\delta_{i,j_2} = \frac{1}{M_1 \cdot \tau} - \frac{\bar{a}_1 N_{2,i}^{(s-1)}}{M_1 (\bar{a}_2 - \bar{b} N_{2,i}^{(s-1)})} \left[1 - \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_2 - \bar{b} N_{2,i}^{(s-1)}} \right],$$

$$\delta_{i,j_1} = \frac{1}{M_2 \cdot \tau} - \frac{\bar{a}_1 N_{1,i}^{(s-1)}}{M_2 (\bar{a}_2 - \bar{b} N_{1,i}^{(s-1)})} \left[1 - \frac{\bar{a}_2}{\bar{a}_2 - \bar{b} N_{1,i}^{(s-1)}} \right],$$

$$\bar{\alpha}_{i,n_2} = \frac{1}{M_1}, \quad \bar{\alpha}_{i,n_2} = \frac{1}{M_2}, \quad M_1 = \frac{1}{\tau} + \frac{\bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2}{\bar{a}_2 - \bar{b} N_{2,i}^{(s-1)}}, \quad M_2 = \frac{1}{\tau} + \frac{\bar{a}_1 \cdot \bar{a}_2}{\bar{a}_2 - \bar{b} N_{1,i}^{(s-1)}}.$$

Из системы уравнений (15)-(16) получаем

$$\left. \begin{aligned} a_i W_{1i+1} - b_i W_{1i} + c_i W_{1i-1} - d_i W_{2i} + e_i W_{2i-1} &= -f_i, \\ a'_i W_{2i+1} - b'_i W_{2i} + c'_i W_{1i-1} - d'_i W_{2i} + e'_i W_{2i-1} &= -f'_i. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Решение системы (20) ищется в виде:

$$\left. \begin{aligned} W_{1i} &= A_i W_{1i+1} + B_i W_{2i+1} + C_i, \\ W_{2i} &= A'_i W_{2i+1} + B'_i W_{1i+1} + C'_i. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Коэффициенты, входящие в систему (21), определяются из рекурсивных соотношений:

$$A_{i+1} = \frac{1}{R_i} \left[a_i (b'_i - c'_i A'_i) - d'_i (c_i B_i - d_i + \ell_i A'_i) \right], \quad B_{i+1} = \frac{i}{R_i} (c_i B_i - d_i + \ell_i A'_i),$$

$$C_{i+1} = \frac{1}{R_i} \left[(c_i C_i + \ell_i C'_i + f_i)(b'_i - c'_i A'_i) + (c_i B_i - d_i + \ell_i A'_i)(c_i - C'_i f'_i) \right],$$

$$A'_{i+1} = \frac{a'_i}{R_i} (b_i - c_i A_i - \ell_i B'_i), \quad B'_{i+1} = \frac{1}{R_i} \left[a'_i (\ell'_i + c'_i B'_i) - d'_i (b_i - c_i B'_i)(b_i - c_i A_i - \ell_i B'_i) \right],$$

$$C'_{i+1} = \frac{1}{R_i} \left[(b_i - c_i A_i - \ell_i B'_i)(c_i C'_i + f'_i)(\ell'_i + c'_i B'_i)(c_i C_i + \ell_i C'_i + f_i) \right],$$

$$R_i = (b_i - c_i A_i - \ell_i B_i')(b_i' - c_i' A_i')(c_i B_i - d_i + \ell_i A_i)(\ell_i' + c_i' B_i').$$

Здесь

$$a_i^* = c_i^* = \frac{1}{\text{Re} h^2}, \quad d_i^* = e_i^* = \frac{U_i^{(s-1)}}{h},$$

$$b_i^* = \frac{2}{\text{Re} h^2} + \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\text{Re}_1(1-\bar{\theta})(1-\bar{\delta}_i^*)^2} - \frac{1}{1-\bar{\theta}_3} \frac{\theta_3 - \bar{\theta}_3}{\tau},$$

$$f_i^* = -E_u \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{U_i}{\tau}, i = 1, 2, \dots, \ell - 1,$$

$$a_i^* = \begin{pmatrix} a_i \\ a_i' \end{pmatrix}, b_i^* = \begin{pmatrix} b_i \\ b_i' \end{pmatrix}, c_i^* = \begin{pmatrix} c_i \\ c_i' \end{pmatrix}, d_i^* = \begin{pmatrix} d_i \\ d_i' \end{pmatrix}, e_i^* = \begin{pmatrix} e_i \\ e_i' \end{pmatrix}, f_i^* = \begin{pmatrix} f_i \\ f_i' \end{pmatrix},$$

$$U_i = \begin{pmatrix} W_{1i} \\ W_{2i} \end{pmatrix}, \delta_i^* = \begin{pmatrix} \delta_{1i} \\ \delta_{2i} \end{pmatrix}, \theta_3^* = \begin{pmatrix} \theta_{31} \\ \theta_{32} \end{pmatrix}.$$

Из краевых условий имеем

$$A_o = B_o = A_o' = B_o' = O, C_o = C_o' = 1,$$

$$W_{1e} = \frac{g_{11}g_{21} + g_{12}g_{23}}{g_{13}g_{14} - g_{11}g_{21}}, W_{2e} = \frac{g_{12}g_{31} - g_{13}g_{22}}{g_{13}g_{23} - g_{11}g_{21}},$$

где

$$g_{11} = B_{l-1}(4 - A_{l-1}) - B_{e-2}A'_{e-1}, g_{12} = C_{l-1}(4 - A_{e-2}) - B_{e-2}C'_{e-1}C_{e-2},$$

$$g_{13} = 3 - A_{l-1}(4 - A_{e-2}) = B'_{e-1}B_{e-2}, g_{21} = B'_{l-1}(4 - A'_{e-2}) - B'_{e-2}A_{e-1},$$

$$g_{22} = C'_{e-1}(4 - A'_{e-2}) - B'_{e-2}C_{e-2} - C_{e-2}, g_{23} = 3 - A'_{e-1}(4 - A'_{e-2}) + B_{e-1}B'_{e-2}.$$

Итерационный процесс продолжается до выполнения условия:

$$\left| U_{ji}^{(s)} - U_{ji}^{(s-1)} \right| \leq \varepsilon, \quad \left| V_{ji}^{(s)} - V_{ji}^{(s-1)} \right| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0,$$

где $U_{ji}^{(s)}$, $V_{ji}^{(s)}$ и $U_{ji}^{(s-1)}$, $V_{ji}^{(s-1)}$ - значения функции $U(x, \tau)$, $V(x, \tau)$, вычисленные на предыдущем временном слое:

$$U = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}.$$

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОВЕДЕННЫХ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ НА ЭВМ.

Для проведения комплексного исследования технологического процесса разработана алгоритм и программное средство и проведены численные расчеты на ЭВМ.

Из проведенных численных расчетов видно что, скорость прохода суспензии через фильтровальный перегородок со временем уменьшается за счет процесса коагуляции гель-частиц в порах фильтра и образования слоя осадки на поверхности фильтровальной колонки агрегата и в следствия чего повышается давление внутри фильтровальной колонки, при дальнейшем увеличении этого показателя за счет уплотнения пор фильтра и сжатия слоя осадка резко уменьшался скорость фильтрования жидкости. Заметное уменьшение скорости фильтрования как видно из анализа численных расчетов наблюдается в промежутке от $t=8$ ч до $t=18.5$ ч., также наблюдались, что концентрация взвешенных частиц внутри фильтра со временем начали расти. Заметное увеличение концентрация гель-частиц внутри фильтра приходились сперва в верхних слоях пористых средах, когда время фильтрования стало более чем 18.5 ч. постепенно происходили процесс коагуляция в нижних слоя фильтровальной перегородки.

Численные расчеты также проведены при различных значения скорости поддача жидкости к колонку фильтровального агрегата и из анализа расчетов видно, что при технологии фильтрования суспензии существенную роль играет первоначальная скорость подачи жидкости в фильтровальную колонку агрегата, толщина перегородка и первоначальной пористости фильтра. С уменьшением толщины фильтровального перегородка экспоненциально растет скорость фильтрования суспензии. Надо отметить, что при поддача жидкости к колонку агрегата с большой интенсивности в начальных стадиях приведет к росту производительности фильтра, а затем

за счет процесса коагуляции сокращается времени переключения фильтровального агрегата и растет гидравлическое давление в внутри камеры агрегата. Максимальное значение давления достигается при $t = 9.5$ ч. Эта в своем очереди приводит к переуплотнения слоя осадка и к уменьшению пропускной способности фильтровальной перегородки агрегата.

Из анализа численных расчетов установлены, что при процессе фильтрования раствора при постоянной значения давления основная масса гель-частиц оседает на верхнем слое фильтра и образуется слой осадка, который в дальнейшем играет роль фильтра, а скорость осаждения гель-частиц при изменение время фильтрования от $t \geq 0.01$ до $t \geq 2.02$ ч. медленно растет и начиная с $t \geq 4.03$ она заметно увеличивается со временем, особенно увеличение наблюдается при $t \geq 6.04$ ч.

Расчеты также были проведены для различных значения коэффициента бародиффузии и как показало анализ результатов, с ростом его значение растет скорость изменения обменивающихся ионов в растворе и фильтровальной перегородке. Это в свою очередь приводит к сокращению времени работы фильтра и роста давления внутри колонки фильтровального агрегата. Вычислительными экспериментами (ВЭ) установлены, что максимальное насыщение пор фильтра ионами и гель-частицами произойдет в верхних слоях фильтровальной перегородки и время работы фильтра увеличивается с ростом размеров гель-частиц в растворе. Это связано с тем, что с уменьшением скорость проникновения гель-частиц внутри фильтровального слоя обеспечивается проход фильтра через пористой среде.

Как следует из результатов проведенных ВЭ, время забивания пор фильтра гель-частицами зависит от скорости фильтрация жидкости, первоначальной концентрации фильтрата и размеры пор фильтра, а также от диаметров гель-частиц в растворе.

Для адекватности разработанного математического аппарата сопоставлены расчетные данные (модельные) с опытными экспериментальными данными Бейлиса и она не превышает не более 5% .

Сопоставление полученных численных расчетов (рисунка) с экспериментальными данными показали, что разработанная модель ТП адекватно описывает процесс в целом и разница между расчетными данными, полученными в результате численного интегрирования задачи и экспериментальными данными на превышает более 5-6 %.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из анализа численных расчетов установлены что: скорость фильтрования суспензии со временем уменьшается за счет кольматация гель-частиц в порах фильтра и образования слоя осадки на поверхности фильтровальной колонки агрегата; при процессе фильтрования суспензии существенную роль играет первоначальная скорость подачи жидкости к колонку агрегата и толщина перегородка и первоначальной пористости фильтра; увеличение скорости подачи жидкости к колонке фильтра в начальных стадиях процесса фильтрования приведет к росту производительности фильтра, а затем за счет процесса кольматации сокращается времени переключения фильтровального агрегата и к росту гидравлического давления в фильтре; с ростом коэффициента барадиффузии

растет скорость изменения обменивающихся ионов в растворе и фильтровальной перегородке и максимальное насыщение ее пор фильтра ионами и гель-частицами произойдет в верхних слоях фильтровальной перегородки и время работы фильтра увеличивается с ростом размеров гель-частиц в растворе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Epoyan, S., Karahiaur, A., Volkov, V., Babenko, S.* Research into the influence of vertical drainage elements on the operational efficiency of rapid filters. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies* 1(10-91), с. 62-69. 2018.
- [2] *Abdeli, D.Zh., Seiden, A.B.* High performance water treatment technology for the reservoir pressure maintenance at oil fields. *Journal of Mechanical Engineering Research and Developments* 41(4), с. 66-81. 2018.
- [3] *Golubev, I., Lebedeva, Y.* Two-stage treatment technology as a way to improve quality of oil-contaminated wastewater meant for injection into geological formation. *ARNP Journal of Engineering and Applied Sciences* 12(13), с. 4002-4006.2017.
- [4] *V. F. Burnashev and B. Kh. Khuzhaerov.* Modeling the Acid Treatment of the Dolomitic Collector of an Oil Formation Bottom-Hole Zone with Account of Rock Colmatation. *Alisher Navoi Samarkand State University*,. 15, Samarkand, 140104 Uzbekistan Received July 04,71-77 2014)
- [5] *B. Kh. Khuzhayorov and Zh. M. Makhmudov.* Colmatation-suffosion filtration in a porous medium

- with mobile and immobile fluids, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Vol. 80, No. 1, 48-56 2007.
- [6] Yang, J., Yin, Z.-Y., Laouafa, F., Hicher, P.-Y. Analysis of suffusion in cohesionless soils with randomly distributed porosity and fines *Computers and Geotechnics* 111, с. 157-171. 2019.
- [7] Федоткин И.М. Математическое моделирование технологических процессов. Киев: Вища школа, Головное изд-во. 1988. – 415 с.
- [8] Марцулевич Н.А., Островский Г.М. Моделирование процесса фильтрования с образованием сжимаемого осадка // *ТОХТ*. 1999. Т.33(2). С.1-4.
- [9] Копейкина А.А., Марцулевич Н.А., Чжань В. Фильтрация жидкости через слой сжимаемого осадка // *Известия Санкт-Петербургского государственного технологического ин-та (технического ун-та)*. - 2012. № 14. С. 64 – 66.
- [10] Марцулевич Н.А., Флисюк О.М. Об оценке относительной проницаемости осадка при разделении суспензий на мембранах // *Журн. прикл. химии*. 1992.Т.65. Вып. 9. С. 2155-2158.
- [11] Silva C.M., Reeve D.W., Husain H., Rabie H.R., Woodhouse K.A. Model for flux prediction in high-shear MF systems // *J. Membr. Sci.* 2000. Vol. 173 P. 87-98.
- [12] Zhan Wang, Jinshu Chu, Xinmiao Zhang. Study of a cake model during stirred dead-end microfiltration // *Desalination*. 2007. Vol. 217 P. 127-138.
- [13] Нугматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.:Наука, 1987. Ч.1. - 464 с.
- [14] Ravshanov N., Saidov U.M. Modelling technological process of ion-exchange filtration of fluids in porous media/ *Journal of Physics: Conference Series*. - 2018. Vol. 1015. No. 3. P.032114.-URL: <http://stacks.iop.org/1742-6596/1015/i=3/a=032114>.
- [15] Равшанов Н., Саидов У.М., Модель для исследования нестационарного технологического процесса ионообменного фильтрования сложносоставных суспензий / *Проблемы вычислительной и прикладной математики*. - 2018. №1(13). С. 32-41.
- [16] Равшанов Н., Саидов У.М., Модельная задача технологического процесса ионообменного фильтрования суспензии и их численно-аналитическое решение/ *Проблемы вычислительной и прикладной математики*. 2018. №6(18). -С. 102— 114.
- [17] Ravshanov N., Saidov U.M. Modelling of the technological process of multiple filtering suspensions with multi-layered filter / *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering* 537 (2019) 042018 10P Publishing. doi: 10.1088/1757-899X/537/4/042018

Поступила в редакцию 14.11.2022

Цитирование: Саидов У.М., Саманова Г.Б., (2023). Моделирование ионообменной фильтрация жидкости с учетом процесса коагуляции и суффозии. *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросов Цифровых Технологий*, 1(3), –С. 88-101.

SIMULATION OF ION-EXCHANGE FILTRATION OF A LIQUID, TAKING INTO ACCOUNT THE PROCESS OF CLOGGING AND SUFFUSION

Saidov U.M.¹, Samanova G.B.¹

¹Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan

Abstract. *In the research work, an urgent problem is solved related to the technological process of filtering and dehydrating liquid solutions from fine impurities and particles, as well as from unwanted ionic compounds. For the development of a mathematical model of the technological process, research works for the last 10-15 years related to the object of study were analyzed, on the basis of which a mathematical model and a stable numerical algorithm were developed for conducting a computational experiment on a computer. When developing a mathematical model of the technological process, the main factors and parameters that significantly affect the object of study are taken into account, and special attention is paid to the process of clogging and suffusion in a porous medium.*

The work solves the problem associated with the determination of the main parameters and their ranges of change in the process, leading to an increase in the performance of the filters used, a decrease in the loss of valuable raw materials and an improvement in the quality of the resulting output product. Based on the analysis of the conducted numerical experiments, conclusions are formulated that serve as the basis for making appropriate management decisions.

Numerical calculations have established that: due to the clogging of gel particles in the pores of the filter and the formation of a sediment layer on the surface of the filter column of the unit, the rate of suspension filtration decreases with time; when filtering a suspension, the intensity of the liquid supply to the column of the unit, the thickness of the partition and the initial porosity of the filter play a significant role; an increase in the rate of liquid supply to the filter column in the initial stages of the filtration process will lead to an increase in filter performance, and then, due to the clogging process, the switching time of the filter unit is reduced and the hydraulic pressure in the filter increases; with an increase in the baradiffusion coefficient, the rate of change of exchanging ions in the solution and the filter partition increases, and the maximum saturation of its filter pores with ions and gel particles will occur in the upper layers of the filter partition, and the filter operation time increases with an increase in the size of the gel particles in the solution.

Keywords: *mathematical model, numerical algorithm, technological process, filtering, suspension, computational experiment.*