ГРНТИ 27.41.41, УДК 510.6(075.8):51

НЕКОТОРЫЕ КРИТЕРИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМУЛ К ДИЗЪЮНКТИВНОЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ

Байжуманов А. А.[1]
[1] Южно-Казахстанский государственный педагогический университет,
Шымкент, Казахстан
absattar52@mail.ru

Аннотация. *В статье рассматриваются некоторые важные проблемы преобразования логических формул общего вида, построенные на базе логические операций, импликация, эквивалентности, сложение по модулю 2 и Шеффера к виду дизъюнктивной нормальной формы и оценки их сложности. Предложен локальный метод преобразование логических формул общего вида к совершенной диъюнктивной и конъюнктивной нормальной формы.*

Ключевые слова: *преобразования, логическая формула, функциональный элемент, синтез, дизъюнктивная нормальная форма, совершенная дизъюнктивная нормальная форма, совершенная конъюнктивная нормальная форма, локальный метод.*

I. ВВЕДЕНИЕ

В современной технике управляющих и вычислительных устройств важное место занимает **дискретные преобразователи**, т.е. устройства, которые обладают некоторым числом входов и выходов. Наборы сигналов, поступающие на входы и возникающие на выходах, принадлежат известным конечным множествам. Устройства осуществляют преобразования входных наборов сигналов в выходные. Математической моделью таких устройств являются так называемые схемы из функциональных элементов [1, 2].

При этом сложно найти оптимальные решения проблемам преобразования логических формул общего вида, построенных на базе логических операций, импликаций, эквивалентности, сложения по модулю 2 и Шеффера к виду дизъюнктивной нормальной формы и оценки их сложности.

В данной статье предлагается локальный метод преобразование логических формул общего вида к совершенной дизъюнктивной и конъюнктивной нормальной форме.

II. ЗАДАЧА СИНТЕЗА СХЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.

Пусть заданы алфавиты переменных $X = \{x_i\}$ и $Z = \{z_j\}$ (здесь символ $\{x_i\}$ обозначает всех x_i, где индекс i пробегает натуральный ряд или его подмножество, т.е. $i=\overline{1,n}$; $j=\overline{1,p}$). Рассмотрим логическую сеть $\sum$, имеющую n входов и p выходов.

Определение. Схемой из функциональных элементов (Ф.Э.) назыается логическая сеть, входам и выходам которой приписаны различные буквы $x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{in}$ и $z_{j1},z_{j2},\ldots,z_{jp}$ соответственно из алфавитов X и Z. Полученную таким образом схему будем обозначать через $\Re(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{in};\ z_{j1},z_{j2},\ldots,z_{jp})$ [3].

Проблема синтеза схем из Ф.Э. состоит в следующем. Задан базис $F=\{g_1,g_2,\ldots,g_t\ \}$, $g_i\in P_2$, $i=\overline{1,t}$ функциональных элементов и задана произвольная система булевых уравнений

$$\begin{cases} z_1 = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ z_2 = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \ldots \\ z_3 = f_3(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{cases} \qquad (1)$$

где $x_i\in\{0,1\}$, $i = 1,2,\ldots,n$. Требуется построить схему $\Re(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{in};\ z_{j1},z_{j2},\ldots,z_{jp})$ любого базиса бульевой алгебры [4-6].

Постановка задачи: Пусть задан базис $F=\{\neg x, x_1\& x_2, x_1 \vee x_2\}$состоящих из функциональных элементов реализующую систему (1) и требуется построить схему $\Re(x_1,\ x_2,\ldots,\ x_n;\ f)$, где каждая функция системы имеет вид:

$$f(x_1,x_2,\ldots,x_n) = A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_s$$

и каждая выражение $A_i(i = 1,2,\ldots,s)$ сложные конъюнкции входящих сигналов.

В многополюсном сети P^n все функции $f_i(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ выполняет каждую схему последовательности операций "⊕" (сложение по модулю 2) (1-рис.). Известно, что во многих случаях оптимальным является базис $Q = \{\neg x, x_1 \& x_2, x_1 \vee x_2\}$ в котором легко приводится к этой задаче (рис. 1) для минимизации схем Ф.Э.

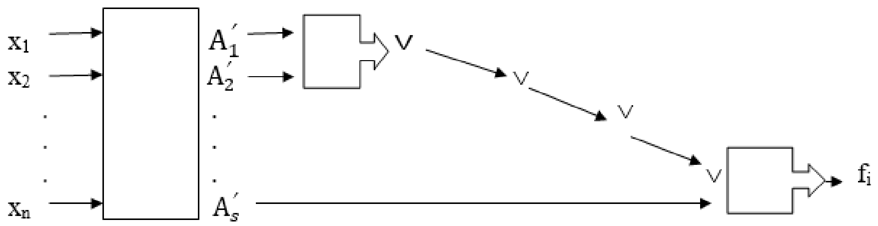

Рис. 1. Схема функциональных элементов

Для этого требуется все функции системы (1) перевести к базису $D_1= \{\neg x,\ x_1 \& x_2,\ x_1 \vee x_2\}$.

III. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ БҮЛЬЕВЫХ ФУНКЦИИ.

Аналитические критерии преобразования, исследующие вопросы преобразования формул над произвольным базисом (системы функции) в формулы над базисами:

$$\{x_1 \wedge x_2, x_1 \vee x_2, \neg\, x\}$$

Здесь через выражение вида $\{A_i\}_{0_1}^m \equiv \{A_j^*\}_{0_2}^{m^1}$, где

$$\{A_i\}_0^m = A_1 \circ A_2 \circ \ldots \circ A_m$$

будем обозначать преобразование из последовательной логической операции 0_1 в операцию 0_2; здесь $m^1 = K_{0_2}^{0_1}(m)$ число сложных конъюнкций (э.к.) в $\{A_j^*\}_{0_2}^{m^1}$; A_i, A_j^* – э.к.; $0_1,0_2$–символы логических операций; $L_{0_2}^{0_1}(m)$ – число вхождении переменных в $\{A_j^*\}_{0_2}^{m^1}$, $i = 1,2,\ldots,m;\ j = 1,\ldots,m^1$.

Дальше, рассмотрено критерии преобразования формул:

$$\{A_i\}_{\sim}^m \equiv \{A_j^*\}_{\vee}^{m^1},$$

$\{A_i\}_{\Sigma}^{m} \equiv \{A_j^*\}_{\vee}^{m^1}$,

$\{A_i\}_{\to}^{m} \equiv \{A_j^*\}_{\vee}^{m^1}$,

$\{A_i\}_{I}^{m} \equiv \{A_j^*\}_{\vee}^{m^1}$,

(что позволяет исключить промежуточные результаты в процессе преобразования) и оценка их сложности – $K_{o_2}^{0_1}(m), L_{0_2}^{0_1}(m)$, а так же теоретически обоснован новый подход к преобразованию формул над произвольным базисом в дизъюнктивной нормальной форме (д.н.ф.).

Определение. Множества элементарных или сложных конъюнкции вида $\{x_{i1}^{\sigma 1} \cdot x_{i2}^{\sigma 2} \cdot \ldots \cdot x_{ie}^{\sigma e}\}$ будем называть **подобными**, если $\sigma_{it} = 1$, $\sigma_{jk} = 0$, $t = 1, 2, \ldots, q$; $k = q+1, q+2, \ldots, e$, где x_{ijk} называется переменные с отрицанием, а число e рангом элементарной конъюнкций [5].

IV. КРИТЕРИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ К БАЗИСУ Д.Н.Ф.

Теорема-1. В преобразование

$$\{A_i\}\sim^{m} \equiv \{A_j^*\}\text{v}^{m1}$$

формула $\{A_j^*\}\text{v}^{m1}$ имеет следующие свойства [6]:

а) ранг каждой э.к. A_j^* равен m;

б) в каждой э.к. участвует четное количество переменных с отрицанием;

в) число подобных э.к. равно C_m^K (k=0,2,…,M) , где

$$M = \begin{cases} m, \text{если } m \text{ четное} \\ m-1, \text{в противном случае} \end{cases}$$

г) в m–мерном кубе все подобные члены д.н.ф. соответствует нечетным уровням куба, если m нечетное, в противном случае –соответствует четным;

д) $K_{\vee}^{\sim}(m) = 2^{m\text{-}1}$,

е) $L_{\vee}^{\sim}(m) = m \cdot 2^{m\text{-}1}$

и имеет вид:

$$\{Ai\}\sim^{m} \equiv \{A_j^*\}\text{v}^{m1} \equiv \text{V} A_1^{\sigma 1} A_2^{\sigma 2} \cdot \ldots \cdot A_m^{\sigma m}$$
$$(\sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_m)$$
$$(\sigma_1 \sim \sigma_2 \sim \ldots \sim \sigma_m) = 1$$

Закон {=>} → {V}.

1-свойство. ${}_{i=1}^{m}\Rightarrow Ai = \overline{({}_{i=1}^{m-1}\Rightarrow Ai)}$ v $A_m = ┐({}_{i=1}^{m-1}\Rightarrow Ai$) v A_m.

Доказательство. Применяем метод индукции [7-8]:

а) если m = 2 имеем:

$$i =_{2}^{1}\Rightarrow A_i = \neg(A_1) \vee A_2 = \neg A_1 \vee A_2.$$

б) пусть для $m = k$ свойства выполнено, докажем для m=k+1:

$${}_{i=1}^{k}\Rightarrow Ai = ┐ ({}_{i=1}^{k-1}\Rightarrow Ai) \text{ v } A_k,$$

$${}_{i=1}^{k+1}\Rightarrow Ai = ┐ ({}_{i=1}^{k}\Rightarrow Ai) \text{ v } A_{k+1} =$$

$$= ┐ (┐ ({}_{i=1}^{k-1}\Rightarrow Ai) \text{ v } A_K) \text{ v } A_{k+1},$$

где, $┐ {}_{i=1}^{k-1}\Rightarrow Ai$ v A_k = ┐┐(┐=> A_i v A_k) = ┐(=>A_i A_k) = ┐(=>A_i) v A_k = ${}_{i=1}^{k+1}\Rightarrow Ai$.

свойство доказано.

2-свойство.

$${}_{i=1}^{m}\Rightarrow Ai = ┐({}_{i=1}^{m-1}\Rightarrow Ai_i \;\&\; ┐A_m).$$

3-свойство.

$${}_{i=1}^{m}\Rightarrow Ai = \begin{cases} A_m \vee \neg A_{m-1}\left(A_{m-2} \vee \ldots \vee \neg A_3\left(A_2 \vee \neg A_1\right)\ldots\right), \text{ если } m \text{ четное;} \\ A_m \vee \neg A_{m-1}\left(A_{m-2} \vee \ldots \vee \neg A_4\left(A_3 \vee \neg A_2 A_1\right)\ldots\right), \text{ в противном случае.} \end{cases} \quad (2)$$

Теорема-2. Преобразование $\{A_i\} \to m \equiv \{\underline{A_j}^*\}\text{v}^{m1}$ можно записать в единственном виде д.н.ф [9]:

$$\{A_i*\}_v^{m^1}=\begin{cases}\Lambda_{i=1}^{\frac{m}{2}}\neg A_{2i-1}\vee V_{j=1}^{\frac{m}{2}-1}\left(A_{2j}\Lambda_{i=j}^{\frac{m}{2}-1}\neg A_{2i-1}\right)\vee A_m,\ \textit{если}\ m=2k,\\ V_{j=1}^{\frac{m-1}{2}}\left(A_{2j-1}\Lambda_{i=j}^{\frac{m-1}{2}}\neg A_{2i}\right)\vee A_m,\ \textit{если}\ m=2k+1\end{cases}\qquad(3)$$

и

$$m^1=K_v^{\rightarrow}=\begin{cases}m/2+1,\ \textit{если m четное},\\ (m+1)/2,\ \textit{в противном случае};\end{cases}$$

$$L_v^{\rightarrow}(m)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{\frac{m}{2}}i+m/2,\ \textit{если m четное},\\ \sum_{i=1}^{\frac{m+1}{2}}i,\ \textit{в противном случае}.\end{cases}$$

Доказательство. Применяем метод индукции:

а) для $m = 2$ справедливо следующее: $A_1 \rightarrow A_2 \equiv \neg A_1 \vee A_2$.

б) Пусть равенство (2) выполняется при $m = n$. Теперь докажем это равенство для $m = n+1$.

Предположим, количество элементов левых частей четное, т.е. $n = 2k$. Тогда равенство представляется в таком виде:

$$\overset{n}{\underset{i=1}{\Rightarrow}} A_i = A_n \vee \neg A_{n-1}\left(A_{n-2}\vee\ldots\vee\neg A_3\left(A_2\vee\neg A_1\right)\ldots\right).$$

А, для $m = n+1$ справедливо следующее:

$$\overset{n+1}{\underset{i=1}{\Rightarrow}} Ai \equiv \overset{n}{\underset{i=1}{\Rightarrow}} Ai_i \rightarrow A_{n+1} \equiv \neg\left(\overset{n}{\underset{i=1}{\Rightarrow}} Ai\right)\vee A_{n+1}\equiv$$
$$\equiv A_{n+1}\vee\neg\left(A_n\vee\neg A_{n-1}\left(A_{n-2}\vee\ldots\vee\neg A_3\left(A_2\vee A_1\right)\ldots\right)\right)\equiv$$
$$\equiv A_{n+1}\vee\left(\neg A_n\,\&\neg\left(\neg A_{n-1}\left(A_{n-2}\vee\ldots\vee\neg A_3\left(A_2\vee\neg A_1\right)\ldots\right)\right)\right)\equiv$$
$$\equiv A_{n+1}\vee\neg A_n\left(A_{n-1}\vee\neg\left(A_{n-2}\vee\ldots\vee\neg A_3\left(A_2\vee\neg A_1\right)\ldots\right)\right)\equiv$$
$$\equiv A_{n+1}\vee\neg A_n\left(A_{n-1}\vee\neg A_{n-2}\left(A_{n-3}\vee\ldots\vee\neg A_4\,\&\neg\left(\neg A_3\left(A_2\vee\neg A_1\right)\right)\ldots\right)\right)\equiv$$
$$\equiv A_{n+1}\vee\neg A_n\left(A_{n-1}\vee\neg A_{n-2}\left(A_{n-3}\vee\ldots\vee\neg A_4\left(A_3\vee\neg A_2A_1\right)\ldots\right)\right).$$

Таким образом, соотношение (2) доказано. Аналогичным образом из (2) можно получить формулу для нечетных аргументов, т.е.вторую часть соотношение (2). Количество э.к. и число вхождений переменных формулы $\{A_j*\}_v^{m^1}$, т.е. $K_v\rightarrow(m)$ и $L_v\rightarrow(m)$ можно легко получать из (3.).

Теорема доказано.

Закон $\{\oplus\} \to \{V\}$

Теорема–3. В преобразовании $\{A_i\}\Sigma^m \equiv \{A_j^*\}\text{v}^{m1}$ формула $\{A_j^*\}\text{v}^{m1}$ имеет следующие свойства [7]:

а) ранг каждой э.к. A_j^* равен m;

б) в каждой э.к. число выражений с отрицанием четно, если, m нечетное, в противном случае – нечетно;

в) число подобных э.к. равно C_m^k, где

$$k = \begin{cases} 0, 2, \ldots, M, & \text{\textit{если m нечетное}}, \\ 1, 3, \ldots, M, & \text{\textit{в противном случае}}, M \le m; \end{cases}$$

г) в m - мерном кубе все подобные члены д.н.ф соответствует нечетным уровням куба [8];

д) $m^1 = K\text{v}^{\Sigma}(m) = 2^{m-1}$;

е) $L\text{v}^{\Sigma}(m) = m^* \, 2^{m-1}$ и имеет вид совершенной д.н.ф.:

$$\{Aj^*\}\text{v}^{m1} = \mathbf{V}\, A_1^{\sigma 1} A_2^{\sigma 2} \ldots A_m^{\sigma m}$$

$$(\sigma 1 \sigma 2 \ldots \sigma m)$$

$$(\sigma_1 \oplus \sigma_2 \oplus \ldots \oplus \sigma_m) = 1$$

Закон $\{/\} \to \{\mathrm{V}\}$

1-**свойство**. m – степень полинома Шеффера через конъюнкцию можно написать следующим образом [16]:

$$^{m}//_{i=1} Ai \equiv \neg\, (^{m-1}//_{i=1} Ai \;\&\; Am) \qquad (4)$$

Доказательство: В (4) формуле введем обозначение: $G = {}^{m-1}//_{I=1} Ai$, $Q = A_m$. Тогда на основе элементарных формул имеем [9]:

$$^{m}//_{i=1} Ai = G / Q = \neg G \vee \neg Q =$$
$$= \neg (G \,\&\, Q) = \neg \left(^{m}//_{i=1} Ai \,\&\, A_m \right).$$

Свойство доказано.

Теорема-4. При $\{Ai\}//^m \equiv \{Aj^*\}\text{v}^{m1}$ формулу $\{Aj^*\}\text{v}^{m1}$ можно записать в виде д.н.ф следующем образом:

$$\{A_i^*\}_{\vee}^{m^1} \equiv \begin{cases} \overline{A}_1 \Lambda_{i=1}^{\frac{m}{2}-1} A_{2i+1} \vee V_{j=1}^{\frac{m}{2}-1} \left(\Lambda_{i=j}^{\frac{m}{2}-1} A_{2i+1} \right) \vee \overline{A}_m, & \text{\textit{если}}\ m = 2, \\ A_1 \Lambda_{i=1}^{\frac{m}{2}-1} A_{2i} \vee V_{j=2}^{\frac{m}{2}-1} \left(\overline{A}_{2j-1} \Lambda_{i=j}^{\frac{m}{2}-1} A_{2i} \right) \vee \overline{A}_m, & \text{\textit{в противном случае}} \end{cases}$$

или

$$^{m}//_{i=1} Ai \equiv \begin{cases} \overline{A}_m \vee A_{m-1} \left(\overline{A}_{m-2} \vee A_{m-3} \left(\overline{A}_{m-4} \vee \ldots \vee A_3 \left(\overline{A}_2 \vee \overline{A}_1 \right) \ldots \right) \right), & \text{\textit{если}}\ m = 2k, \\ \overline{A}_m \vee A_{m-1} \left(\overline{A}_{m-2} \vee A_{m-3} \left(\overline{A}_{m-4} \vee \ldots \vee A_4 \left(\overline{A}_3 \vee A_2 A_1 \right) \ldots \right) \right), & \text{\textit{в противном случае}} \end{cases}$$

где последняя формула получена из основной формулы способом выноса за скобки одинаковых э.к. [17], и

$$K_V^{/}(m) = \begin{cases} m/2 + 1, & \text{\textit{если}}\ m = 2k, \\ (m+1)/2, & \text{\textit{в противном случае}}; \end{cases}$$

$$L_V^{/}(m)=\begin{cases}\sum_{i=1}^{m/2} i+m/2, \ \text{если } m=2k,\\ \sum_{i=1}^{\frac{m+1}{2}} i, \ \text{в противном случае.}\end{cases}$$

Теорема легко доказывается аналогично теореме 2.

V. ЛОКАЛНЫЙ МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФОРМУЛ ПРОИЗВОЛНОГО БАЗИСА К СОВЕРШЕННОЙ К.Н.Ф.

Пусть, $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = A_1 \text{v} A_2 \text{v} \ldots \text{v}\, A_l$ логическое выражение заданное в произвольном базисе.

Теорема-5. Если множество наборов $\{\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \ldots, \tilde{\alpha}_t\}$ является решением системы

$$\begin{aligned} &A_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0,\\ &A_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0,\\ &\ldots\\ &A_l(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0,\end{aligned} \qquad (5)$$

где $\tilde{\alpha}_i = (\alpha_1^i, \alpha_2^i, \ldots, \alpha_n^i)$, $\alpha_j^i \in \{0,1\}$, $i=1,2,\ldots,t$; $j = 1,2,\ldots,n$, то д.н.ф., полученная из произведения

$$\&_{i=1}^{t}\left(x_1^{\sigma_1^i} \vee x_2^{\sigma_2^i} \vee \ldots \vee x_n^{\sigma_n^i}\right),$$

где $\sigma_j^i = \overline{\alpha_j^i}$, $i=1,2,\ldots,t$; $j = 1,2,\ldots,n$, полностью реализует выражение $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ [18].

Доказательство. Нетрудно заметить, что $A_1 \text{v} A_2 \text{v} \ldots \text{v}\, A_l = 0$ только в том случае, если $A_i=0$ для любого $i(i=1,2,\ldots,l)$ [18-21].

Следовательно, если множество наборов $\tilde{\alpha}_i = (\alpha_1^i, \alpha_2^i, \ldots, \alpha_n^i)$, $i=\overline{1,t}$ является решением системы (5), то оно является и решением уравнения

$$FF(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \mathbf{V}_{j=1}^{t}(x_1^{\gamma_1^j} \& x_2^{\gamma_2^j} \& \ldots \& x_n^{\gamma_n^j}) = 1,$$

где

$$\gamma_i^j = \alpha_i^j,\ \gamma_i^j \in \{0,1\},$$

$$x^{\gamma} = \begin{cases} x, \ \text{если } \gamma = 1,\\ \neg x, \ \text{если } \gamma = 0,\end{cases}$$

т.е.

$$F(\alpha_i) = 0 \ \text{ и } \ FF(\alpha_i) = 1.$$

Отсюда видно, что $\neg FF(\alpha_i) = 0$ и для любого $\alpha \in E_n^2$ справедливо $F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \neg FF(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где

$$\neg FF = \neg\left(V_{i=1}^{t}\left(x_1^{\gamma_1^i} \& x_2^{\gamma_2^i} \& \ldots \& x_n^{\gamma_n^i}\right)\right) =$$
$$= \&_{i=1}^{t}\left(x_1^{\sigma_1^i} \vee x_2^{\sigma_2^i} \vee \ldots \vee x_n^{\sigma_n^i}\right),$$

и

$$\sigma_j^i = \overline{\gamma_j^i} = \overline{\alpha_j^i}.$$

Теорема доказано.

Пусть дана система логических уравнений в следующем виде:

$$\begin{cases} A_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha_1\\ A_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha_2\\ \ldots\\ A_e(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \alpha_e\end{cases}$$

где $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_e = 1$, $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \in \{0,1\} = E_2$.

Тогда по свойству совершенной д.н.ф. легко увидеть, что

$$F\{x_1,\ x_2\ ,\ \ldots.\ ,\ x_n\} = \\ = V\left(x_1^{\sigma_1} \,\&\, x_2^{\sigma_2} \,\&\ldots\&\, x_n^{\sigma_n}\right)$$

где $(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n) \in \{0,1\}$,
$F(\sigma_1,\sigma_2,...,\sigma_n) = 1$.

Поэтому, от того, что совершенная д.н.ф. по сути двоиственной совершенной к.н.ф. они приводится к одной задачи логической алгебры. Тогда они во многих местах дополняют друг друга по сложностью оценки представления и бывает одинаковой. Таким образом для обоих случаях оценки сложности имеет: $L_K(F) \le 2^{n-1}$

Это свойства оценки сложности сохраняется для любого с.д.н.ф. и э.к.н.ф.

Нетрудно заметить, что если система (5) несовместно, то выражение $F\{x_1,\ x_2\ ,\ \ldots.\ ,\ x_n\}$ реализует n-мерный куб.

Пример.

1) Начальная аналитическая формула:

$$R = A_1 \sim A_2 \sim A_3 \sim A_4$$

где

$$A_1 = X_1 \,\&\, \neg X_3 \,\&\, X_5$$
$$A_2 = \neg X_2 \,\&\, X_3 \,\&\, \neg X_4 \,\&\, X_5$$
$$A_3 = \neg X_3 \,\&\, \neg X_5$$
$$A_4 = \neg X_1 \,\&\, \neg X_3 \,\&\, \neg X_5$$

2) Вид формулы в сокращенном базисе.

~	X1	X2	X3	X4	X5
1	1	*	0	*	1
2	*	0	1	0	1
3	*	*	0	*	0
4	0	*	0	*	0

3) $\sigma_1 \sim \sigma_2 \sim \sigma_3 \sim \sigma_4 = 1$ множества наборов выполняющих равенств:

4) $R = \neg A_1 \,\&\neg A_2\&\neg A_3 \,\&\neg A_4 \vee \neg A_1\&\neg A_2A_3 \,\&A4 \vee\neg A_1 \,\&A_2 \,\&\neg A_3 \,\& A_4 \vee \neg A_1 \,\&A_2 \,\&A_3 \,\&\neg A_4 \vee A_1 \,\&\neg A_2 \&\neg A_3A_4 \vee A_1\& \neg A_2\&A_3\&\neg A_4 \vee A_1 \,\&A_2 \&\neg A_3 \,\&\neg A_4 \vee A_1 \,\&A_2 \,\&A_3 \,\& A_4$

5) Результат формулы в сокращенном базисе:

V	X1	X2	X3	X4	X5
1	*	1	1	*	*
2	*	*	1	1	*
3	*	*	1	*	0
4	0	1	*	*	1
5	0	*	*	1	1
6	0	*	0	*	*

6) Результать в аналитической форме: $R_2 = X_2 \,\&\, X_3 \vee X_3 \,\&\, X_4 \vee X_3 \,\&X_5 \vee X_1 \,\&\, X_2 \,\&\, X_5 \vee X_1 \,\&\, X_4 \,\&X_5 \vee X_1\&\, X_3$

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе было показано, эффективные методы преобразования аналитических логических формул

$$R = A_1 \otimes A_2 \otimes \ldots \otimes A_m\,,$$

к Д.Н.Ф., где $\otimes$ - одна из этих логических операции- $\{\sim, \rightarrow, \oplus, \vee, \ /\ , \&\}$ и Ai любая булева формула из P2 , в частном случае Ai ($i = \overline{1,m}$) -элементарная конъюнкция.

Как нам известно из производственной технологии, медицины, военной техники, научных направлениях и др. проблемных вопросах распознавании в основном применяется формулы и задачи реализуемый в базисах ДНФ:

$$\{\ \overline{x}\ ,\ x1\ \&\ x2\ ,\ x1 \vee x2\ \}.$$

Всем известно, что преобразование формул в аналитическом виде очень трудоемка.

Поэтому выше рассматриваемые методы применение при большом числе элементов А1, А2, …, Аm можно добиться при прямом преобразовании логических формул эффективных записей и значительной экономии памяти вычислительной техники. С помощью теорем доказана эффективности методов и оценки их сложности с точки зрения числа вхождения переменных и сложных конъюнкций. Предложен локальный метод преобразование логических формул заданных из любого базиса к совершенной конъюнктивной нор-мальной формы. В конце работы приведен тестовый пример для логической формулы эквивалентностей.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Ф.А.Новиков.* Дискретная математика для программистов. Учебник, Санкт-Петербург. Москва – Харьков-Минск, 2000 г.

[2] *А.Л.Горелик, В.А.Скрипкин*. Методы распознования. Москва «Высшая школа» 1987.

[3] *С.В.Судоплатов, Е.В.Овчинникова.* Элементы дискретной математики. Москва-Новосибирск. НГТУ 2002 г.

[4] *Закревский А.Д,* «Алгоритмы синтеза дискретных автоматов» - Москва: Наука, 1981г, стр-511.

[5] *Журавлев Ю.И., Платоненко И.М.,* «Об экономном умножении булевых уравнений» - ЖВМ и МФ, том-24, 1984 г.

[6] *А.А.Байжуманов.* Дискретті математика негіздері. I бөлім. Шымкент 2007 ж.

[7] *Базанов С.И, Барналов А.А.* «Применение программируемых логических матриц цифровой технике»-Зарубежная электроника, 1989, N5, стр. 5-121.

[8] *Водопьянов В.К.* «Реализация аналитических и логических выражений в дискретных преобразователях» - Автоматика и вычислительная техника, 1990г, N4, стр-21-28.

[9] *Енин С.В* «Реализация систем булевых функции логическими сетями». В сб: Алгоритмы решения логико-комбинаторных задач, Минск, 1986г, вып-2, стр-46-53.

[10] *Лазарев В.Г, Пийлов Е.И.* «Синтез управляющих автоматов» - Москва: Энергия, 1978г, стр-408.

[11] *Рвачев В.Л.* «Теория логических R-функции и некоторые ее приложения» - Киев: Наука. Думка, 1982 г., стр-551.

[12] *Толстяков В.С.* «Обнаружение и исправление ошибок в дискретных устройствах», Советское радио, Москва-1982г.

[13] *Пархоменко П.П, Согомян Е.С.,* «Основы технической диагностики»-Москва: 1992 г.

[14] Кабулов А.В, Байжуманов А.А Локальные методы решения систем булевых уравнений–ДАН УзССР, 1986г, N3, стр3-5.

[15] *Кабулов А.В, Байжуманов А.А.* Об одном методе нахождения максимальных совместных подсистем системы булевых уравнении - В сб: Вопросы вычеслительной и прикладной математики. Ташкент: РИСО Ан УзССР, 1986г, вып-80,стр 27-33.

[16] *Журавлев Ю.И.,* Платоненко И.М, Об экономном умножений булевых уравнении – ЖВМ и МФ, том - 24, 1984.

[17] *Кузнецов А.В.,* О проблемах тождества и функциональной полноты для алгебраических систем, Труды Третьего Всесоюзного математического съезда, т.II, М., Изд-во АНН СССР, 1956,145-146.

[18] *Яблонский С.В.,* Функциональные потроения в к- значной логике, Труды МИАН СССР 51, М., Издательство АН СССР, 1958,5-142.

[19] *Яблонский С.В.,* Методические разработки по курсу "Элементы дискретной математики", М., МГУ, 1971.

[20] *Яблонский С. В., Гаврилов Г.П., Кудрявцев В.Б.,* Функций алгебры логики и классы Поста, М., "Наука", 1966.

[21] *Янов Ю. И., Мучник А. А.,* О существований к- значных замкнутых классов , не имеющих конечного базиса, ДАН СССР 127, № 1, 1959, 44-46.

Поступила в редакцию 24.12.2022

Цитирование: *Байжуманов А.А.,* (2023). Некоторые критерии преобразования логических формул к дизъюнктивной нормальной форме. *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросов Цифровых Технологий*, 1(3), –С. 25-33.

SOME CRITERIA FOR CONVERTING LOGICAL FORMULAS TO DISJUNCTION NORMAL FORM

Bayjumanov A.A.[1]
[1] South Kazakhstan state pedagogical university, Shymkent, Kazakhstan
absattar52@mail.ru

Abstract. *Some important problems of transforming logical formulas of a general form based on the logical operations of implication, equivalence, addition modulo 2 and Schaeffer to the form of a disjunction normal form and estimating their complexity are considered. A local method is proposed for transforming general logical formulas into perfect disjunction and conjunction normal forms.*

Keywords: *transformations, logical formula, functional element, synthesis, disjunctive normal form, perfect disjunction normal form, perfect conjunction normal form, local method.*

MANTIQIY FORMULALARNI DIZ'YUNKTIV NORMAL KO'RINISHGA KELTIRISHNING BA'ZI BIR KRITERIYALARI.

Bayjumanov A.A.[1]
[1] Janubiy-Qozog'iston davlat pedagogik universiteti, Shimkent sh., Qozog'iston
absattar52@mail.ru

Annotatsiya. *Implikatsiya, ekvivalensiya, 2 moduli bo'yicha qo'shish, Shiffer amallari qatnashgan umumiy ko'rinishdagi mantiqiy formulalarni dizyunktiv normal shaklga keltirish va uning murakkabligini baholashdagi ba'zi bir muhim muammolar qaraladi.*

Kalit so'zlar: *almashtirish, mantiqiy formula, funksional element, sintez, dizyunktiv normal shakl, mukammal dizyunktiv normal shakl, mukammal konyunktiv normal shakl, lokal usul.*