

УДК 519.6

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВРЕДНЫХ ВЕЩЕСТВ В АТМОСФЕРЕ С УЧЕТОМ ПОГЛОЩЕНИЯ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ РАСТИТЕЛЬНОСТЬЮ

<sup>+</sup> *Равшанов Н.<sup>1</sup>, Набиева И.<sup>1,2</sup>, Насруллаев П.<sup>1</sup>, Бердиёров Ш.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup>Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий  
и искусственного интеллекта, Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных  
технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан

<sup>+</sup> ravshanzade-09@mail.ru

**Аннотация.** В работе рассмотрены модельные задачи, направленные на анализ влияния основных параметров на процесс распространения вредных загрязняющих веществ, поступающих в атмосферу от объектов промышленности, энергетики и транспортных систем. Для данных задач получены аналитические решения, которые могут быть использованы для валидации предложенных математических моделей атмосферного переноса и диффузии загрязняющих веществ. На основе аналитических решений проведены вычислительные эксперименты, позволившие установить, что при малых скоростях воздушных масс (условиях штиля) изменение концентрации вредных веществ в атмосфере определяется преимущественно коэффициентами поглощения аэрозольных частиц и молекулярной диффузии. Дополнительным существенным фактором является коэффициент захвата аэрозольных частиц растительным покровом, увеличение которого приводит к пропорциональному снижению их концентрации в приземном слое атмосферы. Численные расчеты показали, что скорость воздушных масс является одним из ключевых параметров, определяющих характер переноса загрязняющих веществ. С увеличением скорости воздушных масс наблюдается расширение области переноса, сопровождающееся снижением концентрации аэрозольных частиц.

**Ключевые слова:** модельная задача, диффузия, поглощение и захват аэрозольных частиц, растительный покров, вредные вещества, листовая поверхность.

### 1 ВВЕДЕНИЕ

Рост промышленного производства, развитие энергетических объектов и увеличение транспортных потоков обусловили усиление загрязнения приземного слоя атмосферы, что требует применения современных методов мониторинга и прогнозирования экологического состояния регионов. Одним из наиболее эффективных инструментов решения данной задачи является использование математического аппарата, включающего математические модели, численные алгоритмы и программно-инструментальные комплексы, на основе которых становится возможной оценка экологических рисков и разработка эффективных мер по их снижению.

Проблема моделирования процессов распространения вредных веществ и аэрозольных примесей в атмосфере является одной из наиболее активно исследуемых в современной науке и существенные результаты были получены в работах Г.И. Тайлор, Г.К. Батчелор, А.Н. Колмогорова, Г.И. Марчука, В.В. Пененко, А.Е. Алояна, Л.Т. Матвеева, Х. Теннекес, Ж. Лумлей, Л. Прандтл, и других исследователей, чьи труды заложили основы современных моделей турбулентности и атмосферного переноса веществ. Значительный вклад в развитие вычислительных подходов внесли Ж. Смиловитц, Д.Г. Санный, Ф. Сеттлес, М. Бандёпадхяй, С.Р. Лин, В. Максомб, Ф.Б. Абуталиев и др., продемонстрировавшие широкие возможности методов вычислительной гидродинамики для анализа и прогнозирования процессов атмосферного загрязнения.

В статье [1] рассмотрено глобальная миграция СО<sub>2</sub> где доказано что миграция зависит не только от их свойств, но и в существенной степени от климатических условий региона их нахождения. На примере дихлор дифенил трихлорметилметана (ДДТ) и  $\gamma$ -гексахлор-циклогексана (ГХГ) исследуется влияние регионального климата и физико-химических свойств веществ на дальний атмо-

сферный перенос и судьбу стойких органических загрязнителей с использованием глобального моделирования. Исследование демонстрирует, что влажный тропический климат замедляет разложение и миграцию ДДТ, способствуя его долговременному сохранению в этих регионах. В то же время в сухих и умеренных зонах  $\gamma$ -ГХГ испаряется быстрее и способен переноситься на значительные расстояния. Ярко выражен эффект «холодной конденсации» – накопления СОЗ в холодных регионах. Со стороны авторов [2] детально анализируются механизмы и факторы, влияющие на этот процесс. Особое внимание уделяется взаимодействию между упаковкой и различными типами пищевых матриц жирные, кислые, водные, что определяет степень миграции. В статье представлены современные методы анализа и оценки рисков, включая моделирование и скрининговые методики.

В работе [3] представлена концепция системы моделирования для прогнозирования динамики распространения морских загрязняющих веществ в условиях непрерывных инверсий изменений вертикальной температуры воздуха над водной поверхностью. Авторы подчеркивают, что такие метеорологические явления значительно влияют на процессы переноса и рассеивания загрязнений. Основа исследования заключается в разработке методологического подхода, который повышает оперативность и надежность оценки экологических последствий загрязнения.

В статье [4] предложена компьютерная модель распространения опасных веществ в атмосфере, учитывающая влияние рельефа местности. Модель основана на численных методах решения гидродинамических уравнений с использованием топографической информации. Результаты вычислительных экспериментов показывают, что особенности рельефа способны существенно изменять структуру воздушных потоков и приводить к локальному увеличению концентраций вредных веществ, работа [5] посвящена рассмотрению основных подходов и современным достижениям в области математического моделирования физических процессов в атмосфере. Особое внимание уделено разработке и использованию трехмерных моделей химической динамики и переноса примесей на глобальном и региональном уровнях. Анализируются сложные атмосферные процессы, включая формирование озонового слоя, трансграничный перенос загрязняющих веществ и образование фотохимических смогов.

Авторами [6] представлены методы математического моделирования процессов диффузии и переноса загрязняющих веществ в приземном слое атмосферы. Особое внимание уделено анализу и сравнению ключевых подходов: от относительно простых гауссовых моделей, применимых при стационарных условиях, до сложных моделей на основе уравнений турбулентности, описывающих перенос в нестационарных и стратифицированных потоках.

В работе [7] предложена математическая модель прогнозирования дисперсии и диффузии химически активных загрязняющих веществ в пограничном слое атмосферы с учетом типа источников выбросов. Модель включает процессы химической реакции первого порядка и сухого осаждения на подстилающую поверхность; для краевой задачи получено аналитическое решение. Показана применимость модели для оценки долгосрочного воздействия и экологических рисков промышленных выбросов.

В работах [8–10] рассматриваются ключевые аспекты моделирования и воздействия взвешенных частиц РМ<sub>2.5</sub> в атмосфере Северо-Восточной Азии. В частности, в [8] проанализировано влияние параметризации вертикальной вихревой диффузии в модели CMAQ на точность прогнозирования концентраций РМ<sub>2.5</sub>, при этом показано, что усовершенствованная схема более адекватно описывает вертикальное перемешивание в пограничном слое и снижает систематическую переоценку приземных концентраций. В исследовании [9] изучена связь кратко- и долгосрочного воздействия РМ<sub>2.5</sub> с уровнем смертности населения на основе моделей оценки экспозиции, что позволило выявить статистически значимую корреляцию между загрязнением воздуха и повышенным риском сердечно-сосудистых и респираторных заболеваний. В работе [10] показана важная роль вертикальной адвекции и диффузии в трансграничном переносе РМ<sub>2.5</sub>: установлено, что крупномасштабные метеорологические процессы способствуют подъему частиц в средние слои тропосферы с последующим дальним переносом и их возвратом в приземный слой, что объясняет эпизоды повышенного загрязнения и подчеркивает необходимость корректного учета вертикальных процессов в региональных химико-транспортных моделях.

В работе [11] выполнен анализ вертикальных профилей РМ<sub>2.5</sub> в период интенсивного загрязнения воздуха в Центральном Китае с акцентом на влияние динамики пограничного слоя атмосферы и термической стратификации на накопление загрязняющих веществ. Показано, что температурные инверсии и малая высота пограничного слоя существенно ограничивают вертикальное перемешивание и способствуют повышению концентраций РМ<sub>2.5</sub> у поверхности. В исследовании [12] рассматриваются эпизоды высоких концентраций РМ<sub>10</sub> в Сеуле, при этом выявлены их основные источники и метеорологические условия формирования; установлено, что подобные события, как правило, обусловлены сочетанием локальных выбросов и регионального переноса пылевых масс из за-

сушливых районов Китая в период пыльных бурь. В исследовании [13] выполнена оценка межгодовой и пространственной изменчивости вклада трансграничного переноса в формирование концентраций диоксида серы ( $\text{SO}_2$ ) в Сеуле за десятилетний период. Для анализа использована условная функция потенциального вклада источников (CPSCF) – усовершенствованный статистический метод траекторного анализа, позволивший выявить существенную пространственно-временную вариабельность дальнего переноса, преимущественно связанного с промышленными районами Восточного Китая, а также более точно определить регионы-источники с учетом сезонных особенностей и уровня загрязнения.

В обзорной работе [14] систематизированы современные модели и подходы к прогнозированию атмосферного рассеивания при аварийных выбросах опасных веществ, включая гауссовы, эйлеровы и лагранжевы модели, с акцентом на влияние рельефа, застройки и метеорологической неопределенности на точность прогнозов и обоснованием необходимости интеграции различных методов и данных для эффективного управления чрезвычайными ситуациями. В работе [15] предложена усовершенствованная гауссова модель рассеивания газовых примесей для решения обратной задачи определения мощности источника выброса по данным измерений концентраций в нескольких точках, в которой учтена временная изменчивость скорости ветра и коэффициентов диффузии, что расширяет возможности оценки рисков на химически опасных объектах.

В работе [16] с использованием CFD-подходов исследовано влияние сложного горного рельефа на формирование ветровых полей и распространение загрязняющих веществ, показано существенное изменение распределений скорости и концентраций и формирование зон их накопления. В исследовании [17] предложена численная модель сопряженного моделирования загрязнения воздуха в помещениях и внешней атмосфере для территорий со сложным рельефом, продемонстрировавшая взаимосвязь внутренних и внешних источников загрязнения и роль рельефа и застройки в формировании локальных зон повышенных концентраций. В статье [18] представлено специализированное программное обеспечение для оперативного прогнозирования распространения вредных веществ с учетом их физико-химических свойств и метеоусловий, показана высокая чувствительность зон загрязнения к изменениям скорости ветра и характеристик выброса, что обосновывает применение разработки при промышленных авариях. Фундаментальная работа [19] обобщает аналитические и численные методы теории атмосферной диффузии и служит теоретической основой современных моделей рассеивания, используемых в экологическом прогнозировании и нормировании.

## 2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим процесс диффузии вредных веществ в анизотропной среде, т.е. при  $D_x$  не равно  $D_y$ . Тогда уравнение диффузионного переноса можно записать в виде:

$$\frac{\partial \theta(x, y, t)}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 \theta(x, y, t)}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \theta(x, y, t)}{\partial y^2} - (\sigma + \alpha) \theta(x, y, t), \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями вида

$$\theta(x, y, 0) = Q\delta(x, y), \quad (2)$$

$$\theta(x, y, t) = 0 \text{ при } x, y \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Здесь  $\theta(x, y, t)$  – концентрация вредных веществ в атмосфере;  $D_x, D_y$  – коэффициент диффузии соответственно по  $x$  и  $y$ ;  $\sigma, \alpha$  – соответственно, коэффициент поглощения вредных веществ в атмосфере за счет влаги и коэффициента захвата частиц элементами растительности;  $Q$  – мощность источника вредных веществ;  $\delta(x, y)$  – функция Дирака.

Как было рассмотрено в работах [19-23] коэффициент захвата частиц элементами растительности вычисляется с помощью соотношения:

$$\alpha(x, y, z, U) = -\rho C_d L(x, y, z) U u_i,$$

где  $\rho$  – плотность воздуха ( $\text{кг}/\text{м}^3$ );  $C_d$  – коэффициент лобового сопротивления;  $U$  – скорость воздушного потока;  $u_i$  – скорость в интересующем направлении;  $L(x, y, z)$  определяется как общая площадь листовой поверхности, приходящаяся на единицу объема или площадь растительной массы:

$$L(x, y, z) = L_m \left( \frac{h - z_m}{h - z} \right)^n / \exp \left[ n \left( 1 - \frac{h - z_m}{h - z} \right) \right].$$

Здесь:

$$n = \begin{cases} 6 & 0 \leq z < z_m; \\ 0,5 & z_m \leq z \leq h; \end{cases}$$

$L_m$  – максимальная плотность площади листьев в пределах растительности;  $z$  – высота;  $z_m$  – высота, на которой  $L_m$  ( $z_m = 0,4 h$ );  $h$  – высота растительности.

На основе анализа и статистической обработки многолетних метеорологических данных получена синусоидальная зависимость для вычисления коэффициента поглощения [24, 25]:

$$\sigma(t) = \sigma_0 + \Delta\sigma \sin \omega t,$$

где  $\sigma_0$  – среднесуточное изменение коэффициента поглощения аэрозольных выбросов в атмосферу;  $\Delta\sigma$  – амплитуда изменения коэффициента поглощения за сутки;  $\omega$  – циклическая частота суточного изменения.

Из проведенных численных расчетов видно, что коэффициент поглощения существенно зависит от суточного изменения состояния воздушной массы атмосферы и времени года (рис. 1). Весной и зимой амплитуда изменения коэффициента поглощения имеет максимальное значение, вследствие чего происходит почти полное поглощение вредных веществ в атмосфере в ночное время суток. Летом же разность значений коэффициента поглощения между ночным и дневным изменениями очень мало отличается.

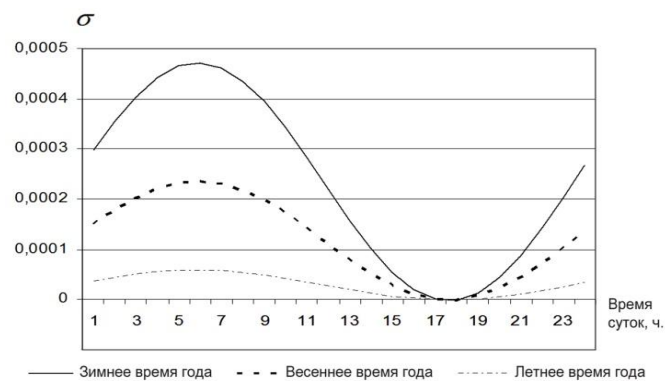


Рис. 1. Изменение коэффициента поглощения вредных веществ в атмосфере

### 3 РЕШЕНИЕ

Далее приступим к решению поставленной задачи (1)-(3). Согласно закону Фика решения уравнения (1)-(3) можно представить как произведение двух несвязанных решений, описывающих распределение концентрации вредных веществ по одной из координат  $x$  или  $y$ :

$$\theta(x, y, t) = \theta_1(x, t)\theta_2(y, t), \quad (4)$$

где  $\theta_1(x, t)$  не является функцией от  $y$  и  $\theta_2(y, t)$  не является функцией от  $x$ . Тогда подставляя (4) в уравнение (1) получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\theta_1\theta_2) = \theta_1 \frac{\partial \theta_2}{\partial t} + \theta_2 \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = D_x \theta_2 \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + D_y \theta_1 \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} - (\sigma + \alpha)\theta_1\theta_2, \quad (5)$$

и окончательно соотношение (5) перепишем в виде:

$$\frac{1}{\theta_1} \left[ \frac{\partial \theta_1}{\partial t} - D_x \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} \right] + \frac{1}{\theta_2} \left[ \frac{\partial \theta_2}{\partial t} - D_y \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial y^2} \right] = -(\sigma + \alpha). \quad (6)$$

Отличие от тривиального ( $\theta_1 = \theta_2 = 0$ ) решение (6) может быть получено, если приравнять к нулю выражения в скобках и в этом случае получим для  $\theta_1$  следующее соотношение:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} - (\sigma + \alpha) \theta_1 \quad (7)$$

и тогда решение (7) можно записать в виде:

$$\theta_1(x, t) = \frac{A_1}{2\sqrt{\pi D_x t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_x t} - (\sigma + \alpha)t\right). \quad (8)$$

Аналогичное выражение для  $\theta_2$ , получается из равенства нулю второй скобки (6) и получим общее решение в виде:

$$\theta(x, y, t) = \theta_1(x, t)\theta_2(y, t) = \frac{A_1 A_2}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_x t} - \frac{y^2}{4D_y t} - (\sigma + \alpha)t\right), \quad (9)$$

где в (9)  $A_1$  и  $A_2$  константы и из условия:

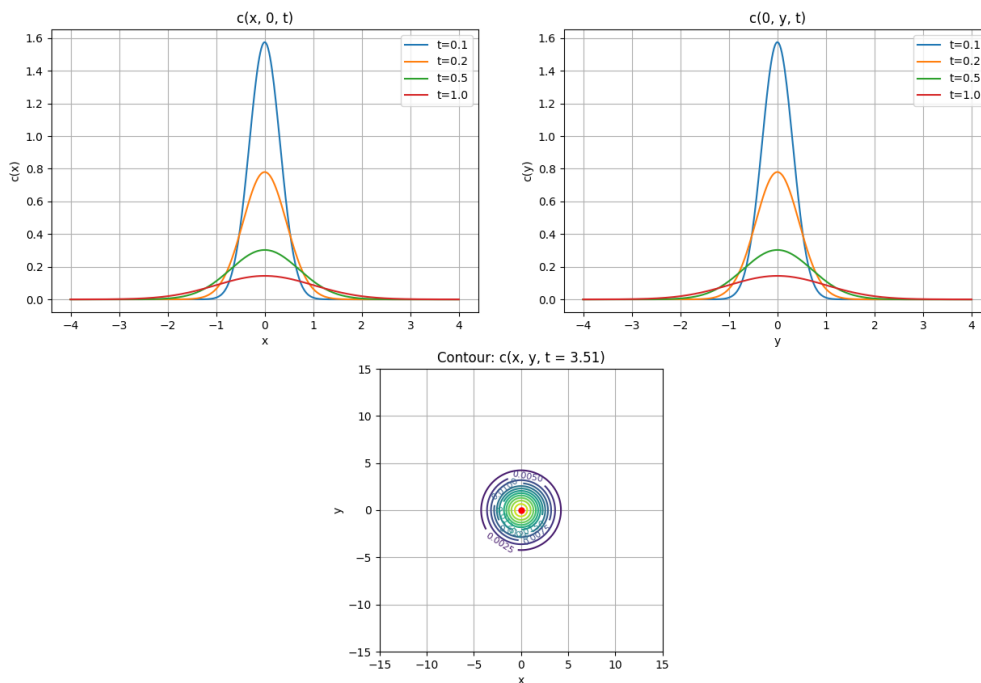
$$m = \int_{y=-\infty}^{\infty} \int_{x=-\infty}^{\infty} \theta(x, y, t) dx dy,$$

получим, что  $A_1 A_2 = m$ .

Следовательно, решение (9) перепишем в виде:

$$\theta(x, y, t) = \frac{m}{L_z 4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left(-\frac{x^2}{4D_x t} - \frac{y^2}{4D_y t} - (\sigma + \alpha)t\right). \quad (10)$$

Решение двумерного уравнения диффузии для точечного источника с массой выброса  $m=2$  в неподвижной среде в виде соотношение (10) на основе которой проведя модельные расчеты на компьютере (рис. 2- 9).

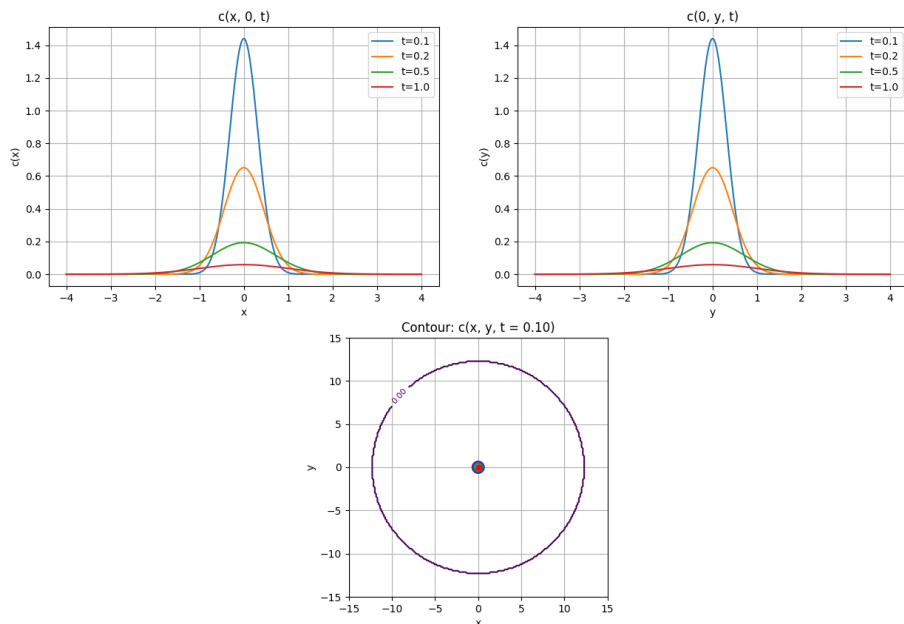


**Рис. 2.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $m = 2$ ;  $D_x = 0.5$ ;  $D_y = 0.5$ ;  $\alpha = 0.1$ ;  $\sigma = 60\%$ )

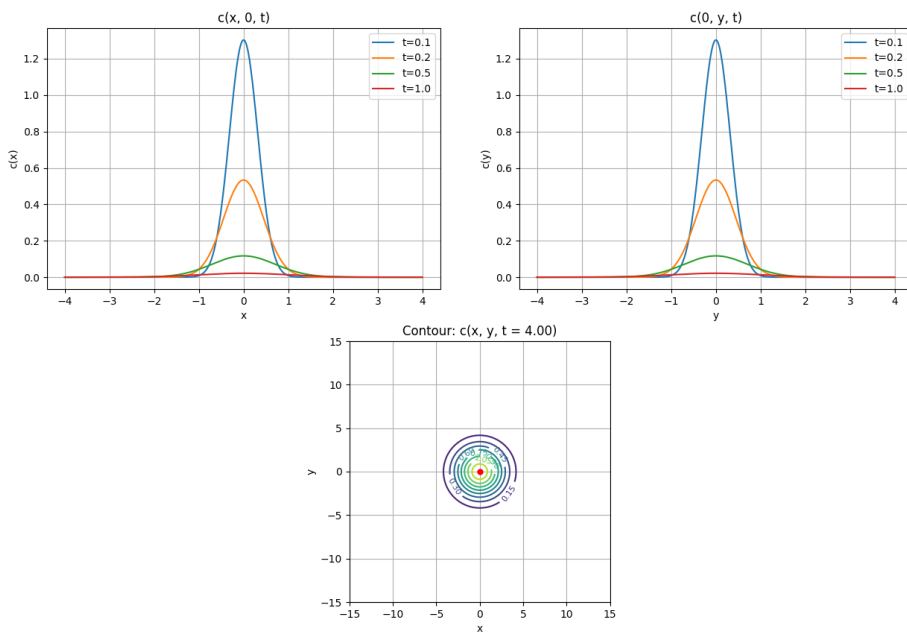
Как видно из кривых рис. 2 при одинаковых значениях коэффициентов молекулярной диффузии по  $x$  и по  $y$  ( $D_x = 0.5$ ,  $D_y = 0.5$ ) происходит равномерное распределения вредных веществ вокруг

источника выброса. С истечением времени область содействия вредных веществ в атмосфере увеличивается. Следовательно, за счет диффузионного переноса вредных веществ по площади его уровень снижается со временем.

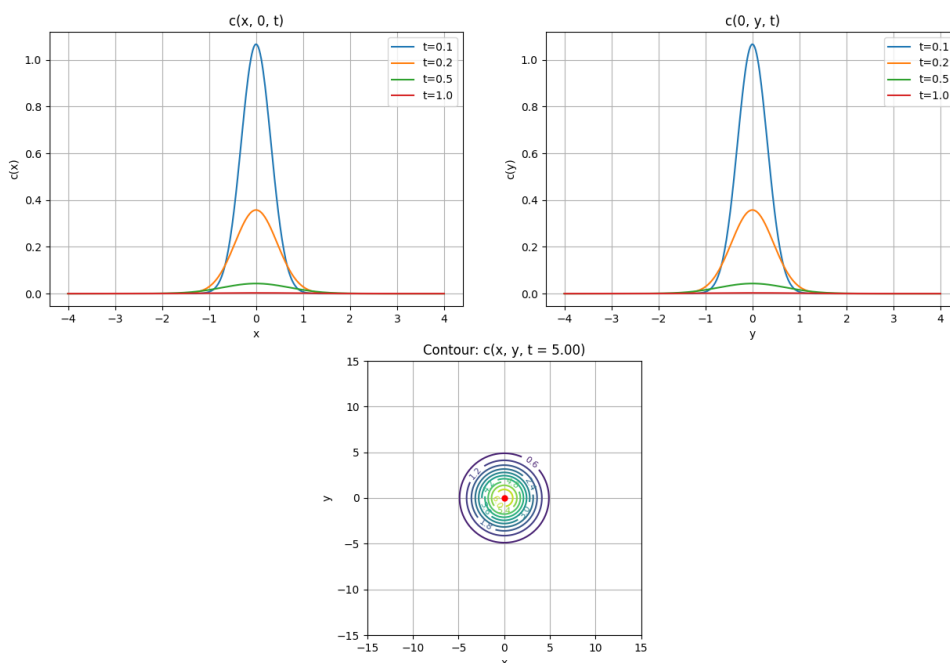
Далее модельные расчеты проведены для различных значений коэффициента захвата аэрозольных частиц растительными покровами в атмосфере (рис.3-5). Как видно из кривых рис. 3-5 с ростом коэффициента захвата вредных веществ в атмосфере концентрация вредных веществ существенно уменьшается со временем в атмосфере.



**Рис. 3.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $m = 2$ ,  $D_x = 0.5$ ,  $D_y = 0.5$ ,  $\alpha = 1.04$ ,  $\sigma = 60\%$  )

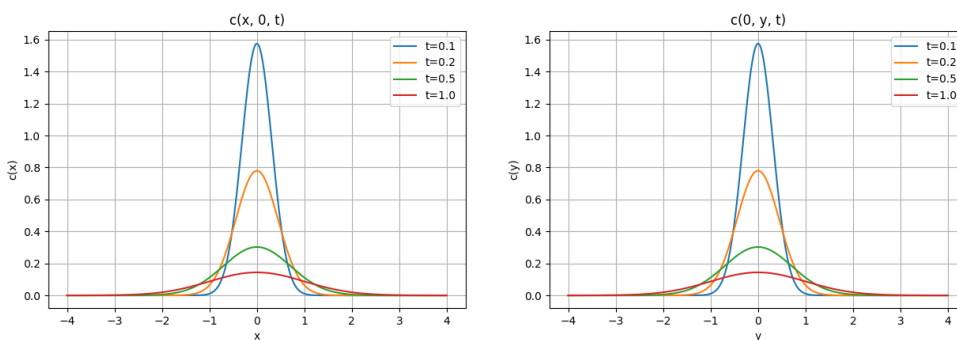


**Рис. 4.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $m = 2$ ,  $D_x = 0.5$ ,  $D_y = 0.5$ ,  $\alpha = 2.04$ ,  $\sigma = 60\%$  )

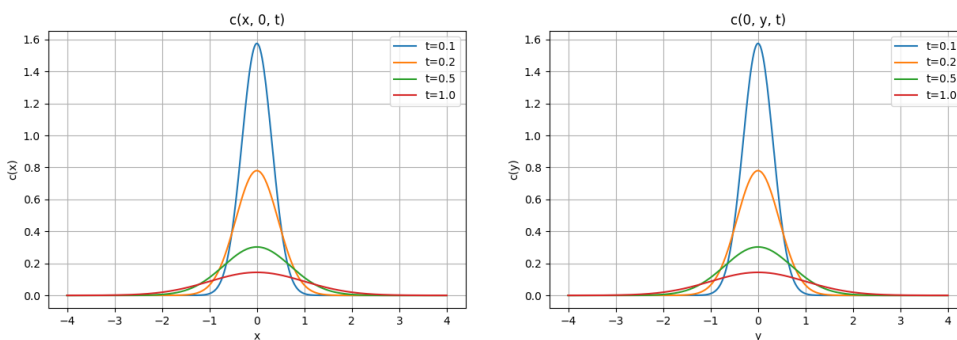


**Рис. 5.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $m = 2, D_x = 0.5, D_y = 0.5, \alpha = 4.02, \sigma = 60\%$ )

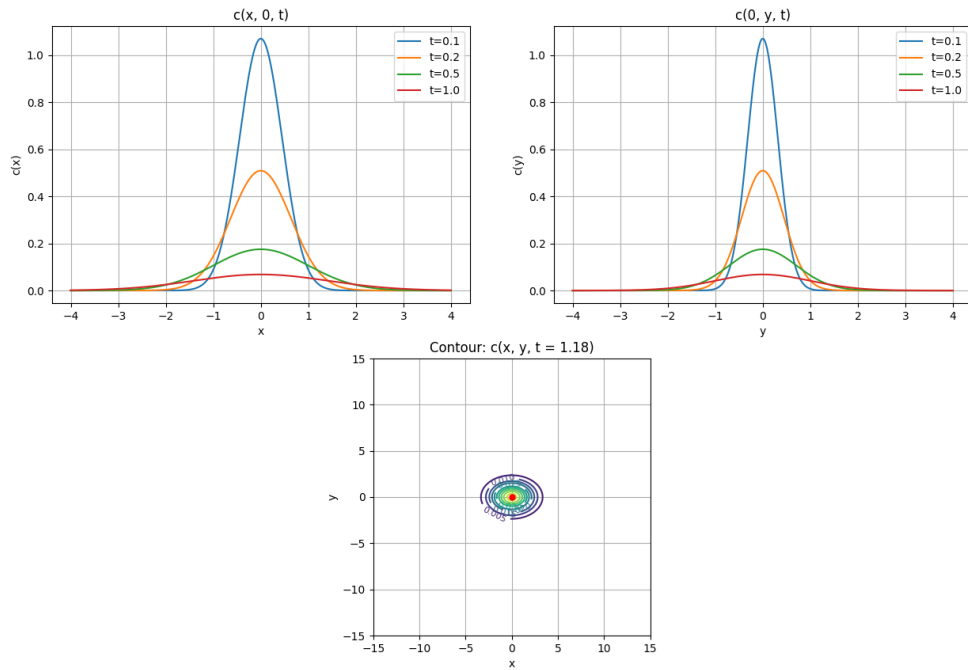
На рис. 6–9 представлены результаты решения модельной задачи при различных значениях коэффициента поглощения вредных веществ в атмосфере. Анализ полученных зависимостей показывает, что увеличение коэффициента поглощения приводит к снижению концентрации вредных веществ во времени.



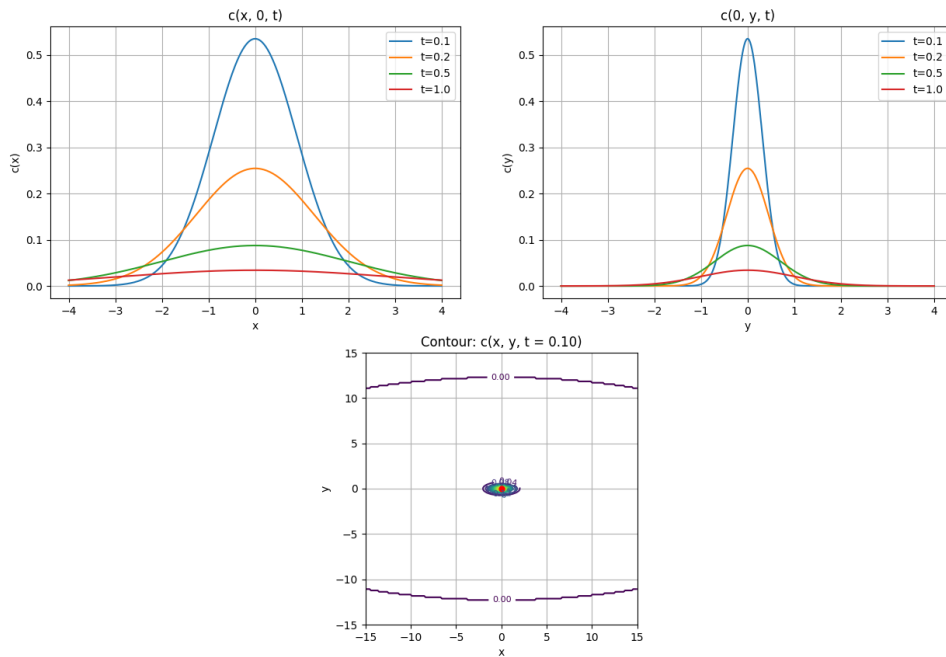
**Рис. 6.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $m = 2, D_x = 0.5, D_y = 0.5, \alpha = 4.02, \sigma = 10\%$ )



**Рис. 7.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $m = 2, D_x = 0.5, D_y = 0.5, \alpha = 4.02, \sigma = 50\%$ )



**Рис. 8.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере  
(при  $m = 2, D_x = 1.0, D_y = 0.5, \alpha = 4.02, \sigma = 10\%$  )



**Рис. 9.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере  
(при  $m = 2, D_x = 4.0, D_y = 0.5, \alpha = 0.5, \sigma = 50\%$  )

**Задача б:** рассмотрим двумерную задачу переноса и диффузии вредных веществ, поступающих в атмосферу от мгновенного источника в подвижной среде при постоянных скоростях воздушных масс  $U$  и  $V$  описываемую системой дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + V \frac{\partial \theta}{\partial y} = D_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} - (\sigma + \alpha) \theta, \quad (11)$$

с начальными и граничными условиями вида:

$$\theta(x, y, 0) = m \delta(x) \delta(y), \tag{12}$$

$$\theta(x, y, t) = 0 \text{ при } x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty. \tag{13}$$

Для решения задач (11)–(13) перейдем от переменных  $(x, y, t)$  к новым переменным  $(\zeta, \xi, t)$ , в которых,  $\zeta = x - Ut$ ,  $\xi = y - Vt$  и учитывая

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -U, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = -V, \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = 1$$

вместо (11) получим систему дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t} = -U \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} - V \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \frac{\partial \theta}{\partial t}; \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial \zeta}; \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial \theta}{\partial \xi}; \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2}; \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}. \end{cases} \tag{14}$$

Подставляя (14) в уравнение (11) и условий (12)-(13), получим:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} + D_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} - (\sigma + \alpha) \theta, \tag{15}$$

$$\theta(\zeta, \xi, 0) = m \delta(\zeta) \delta(\xi), \tag{16}$$

$$\theta(\zeta, \xi, t) = 0 \text{ при } \zeta \rightarrow \infty, \xi \rightarrow \infty, \tag{17}$$

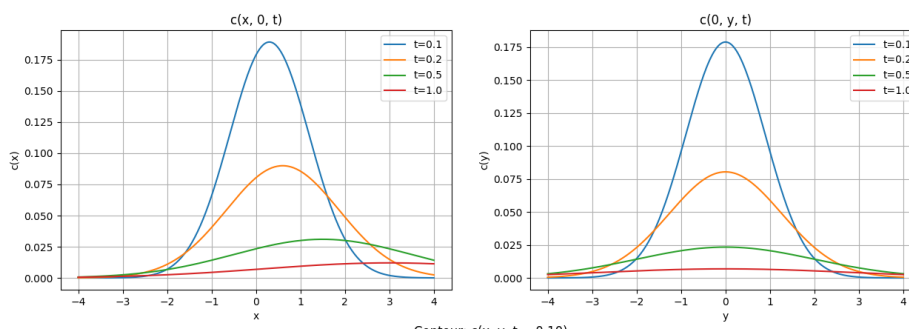
тогда решение краевой задачи (15)-(17) представится как:

$$\theta(\zeta, \xi, t) = \frac{m}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left(-\frac{\zeta^2}{4D_x t} - \frac{\xi^2}{4D_y t} - (\sigma + \alpha)t\right). \tag{18}$$

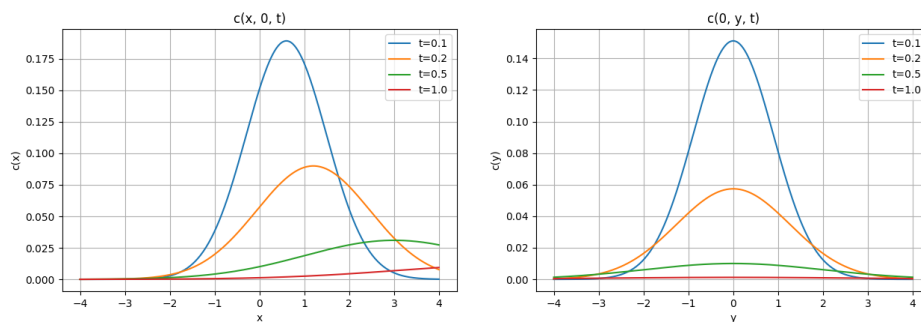
Подставляя  $\zeta = x - Ut$ ,  $\xi = y - Vt$  в (18), получим окончательное решение поставленной задачи (15)-(17):

$$\theta(x, y, t) = \frac{m}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left(-\frac{(x - Ut)^2}{4D_x t} - \frac{(y - Vt)^2}{4D_y t} - (\sigma + \alpha)t\right). \tag{19}$$

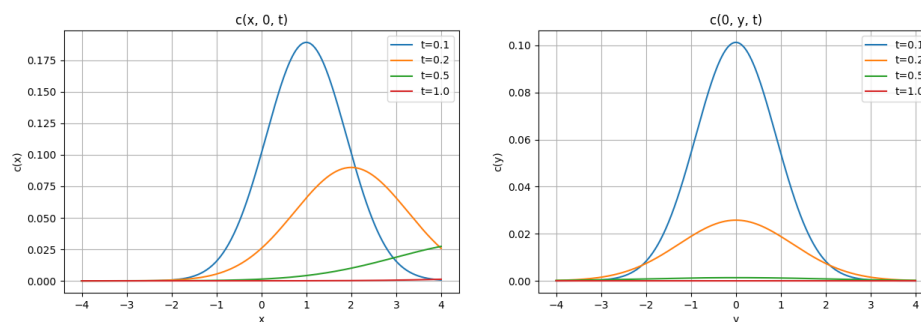
Далее на основе решения (19) были выполнены численные расчеты на компьютере, результаты которых представлены на рис. 10–13.



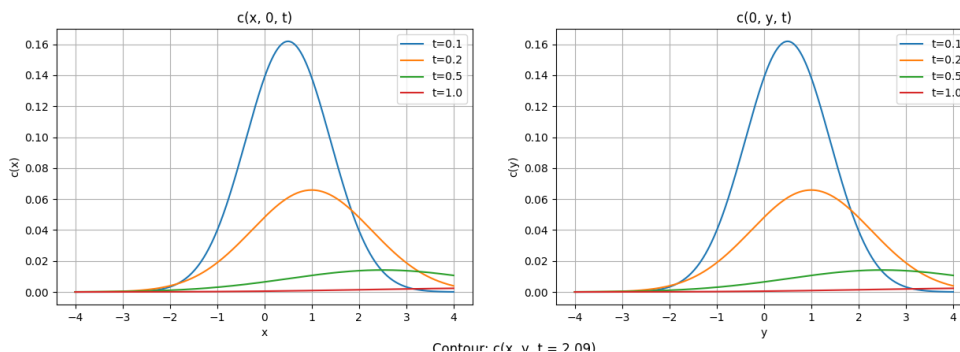
**Рис. 10.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере (при  $U = 1 \text{ м/с}$ ,  $V = 1 \text{ м/с}$ ,  $m = 1$ ,  $D_x = 1.0$ ,  $D_y = 0.2$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\sigma = 60\%$ )



**Рис. 11.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере  
(при  $U = 6 \text{ м/с}$ ,  $V = 0$ ,  $m = 2$ ,  $D_x = 4.0$ ,  $D_y = 0.5$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 50\%$ )



**Рис. 12.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере  
(при  $U = 10 \text{ м/с}$ ,  $V = 0$ ,  $m = 2$ ,  $D_x = 4.0$ ,  $D_y = 0.5$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 50\%$ )



**Рис. 13.** Изменение концентрации вредных веществ в атмосфере  
(при  $U = 5 \text{ м/с}$ ,  $V = 5 \text{ м/с}$ ,  $m = 2$ ,  $D_x = 4.0$ ,  $D_y = 0.5$ ,  $\alpha = 0.5$ ,  $\sigma = 50\%$ )

Анализ проведенных численных расчетов (рис. 10-13) показало, что в зависимости от скоростей воздушной массы атмосферы по направлениям осей  $x$  и  $y$  распространение загрязняющих веществ наблюдается в зависимости от их значений. Следовательно область распространения загрязняющие вещества зависят от скорости воздушного потока и его направления.

#### 4 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе решения модельных задач и анализа полученных результатов установлено, что при устойчивой стратификации атмосферы и умеренных скоростях воздушных масс изменение концентрации вредных веществ определяется преимущественно коэффициентом поглощения аэрозольных частиц в атмосфере. Дополнительным значимым фактором снижения концентраций загрязняющих веществ является коэффициент захвата аэрозольных частиц растительным покровом, увеличение которого приводит к пропорциональному уменьшению концентрации аэрозольных частиц в атмосфере. Вместе с тем показано, что в процессах переноса аэрозольных частиц, поступающих от ис-

точников в приземном слое атмосферы, ключевую роль играют скорости воздушных масс в рассматриваемом регионе: с их ростом область переноса загрязняющих веществ расширяется, а концентрация аэрозольных частиц уменьшается.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] V. S. Semeena, J. Feichter, & G. Lammel, «Impact of the regional climate and substance properties on the fate and atmospheric long-range transport of persistent organic pollutants - examples of DDT and  $\gamma$ -HCH», *Atmospheric Chem. Phys.*, V. 6, Issue 5, Pp. 1231–1248, 2006, doi: 10.5194/acp-6-1231-2006.
- [2] Gupta R.K et al. Migration of chemical compounds from packaging materials into packaged foods: interaction, mechanism, assessment, and regulations. 2024, 13(19), 3125.
- [3] Wang, L., Wang, Y. Design of Simulation System for Dynamic Diffusion of Marine Pollutants under Continuous Inversion. *J. Coast. Res.* 98, 129. doi.org/10.2112/SI98-032.1.
- [4] D. Sharipov, Z. Abdullaev and O. Khafizov. The process of distribution Computer modeling of hazardous substances in the atmosphere taking into account the terrain relief. *E3S Web of Conferences* 264, 01037. 2021 doi.org/10.1051/e3sconf/202126401037.
- [5] A. Ye. Aloyan, Rossiyskaya akademiya nauk Institut vychislitel'noy matematiki Kafedra matematicheskogo modelirovaniya fizicheskikh protsessov MFTI, (2002).
- [6] M. Sharan and S. G. Gopalakrishnan, Mathematical modeling of diffusion and transport of pollutants in the atmospheric boundary layer, *Pure Appl. Geophys.*, 160, (1–2), pp. 357–394, Jan. 2003, doi: 10.1007/s00024-003-8784-5. (2003).
- [7] Y. Khan, M. Shekhu, and C. Sulochana. Mathematical model for dispersion and diffusion of chemically reactive pollutants from various sources into a boundary layer with dry deposition, *Eng. Comput.* (Swansea, Wales), doi: 10.1108/EC-08-2013-0098. 30, (5), pp. 707–727, (2013).
- [8] Dong-Ju Kim et al. The Impact of Vertical Eddy Diffusivity Changes in the CMAQ Model on PM2.5 Concentration Variations in Northeast Asia: Focusing on the Seoul Metropolitan Area. *Atmosphere* 2024, 15, 376. doi.org/10.3390/atmos15030376.
- [9] Kloong I. et al. Long-and short term exposure to PM2.5 and morality: Using novel exposure models. *Epidemiology* 2013, 24, 555–561.
- [10] Kim, E. et al. Role of vertical advection and diffusion in long-range PM2.5 transport in Northeast Asia. *Environ. Pollut.* 2023, 320, 120997.
- [11] Sun X. et al. Vertical changes of PM2.5 driven by meteorology in the atmospheric boundary layer during a heavy air pollution event in central China. *Sci. Total Environ.* 2023, 858, 159830.
- [12] Lee S., Ho C.H., Choi Y.S. High-PM10 concentration episodes in Seoul, Korea: Background sources and related meteorological conditions. *Atmos. Environ.* 2011, 45, 7240–7247.
- [13] Jeong, U., Lee, H., Kim, J., Kim, W., Hong, H., Song, C.K. Determination of the inter-annual and spatial characteristics of the contribution of long-range transport to SO2 levels in Seoul between 2001 and 2010 based on conditional potential source contribution function (CPSCF). *Atmos. Environ.* 2013, 70, 307–317.
- [14] Dou Z., Liu Z., Li L., Zhou H., Wang Q. et al. 2022. Atmospheric dispersion prediction of accidental release: A review. *Emergency Management Science and Technology* 2:9.
- [15] Liu C., Zhou R., Su T., Jiang J. 2022. Gas diffusion model based on an improved Gaussian plume model for inverse calculations of the source strength. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries* 75:104677.
- [16] Kadja M., Anagnostopoulos J et al. (2001) Computation of wind flow and air pollution for regions having a complex topography. In: *Proceedings of 3rd European and African conference on wind engineering*. Eindhoven University of Technology, the Netherlands, 2–6 July 2001, pp 355–358.
- [17] Biliaiev M.M., Kharytonov M.M., 2011. Numerical Simulation of Indoor Air Pollution and Atmosphere Pollution for Regions Having Complex Topography, in: Steyn, D.G., Trini Castelli, S. (Eds.), *Air Pollution Modeling and Its Application XXI*, NATO Science for Peace and Security Series C: Environmental Security. Springer Netherlands, Dordrecht, pp. 87–91. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-1359-8\\_15](https://doi.org/10.1007/978-94-007-1359-8_15).
- [18] Ravshanov N., Nabieva I.S., Boborakhimov B.I. Software for predicting the spread of harmful substances in the atmosphere, taking into account their type and wind speed. *Problems of computational and applied mathematics* № 2/2(66) 2025. Pp. 54–59.

- [19] Берлянд М.Е. Атмосферная диффузия и загрязнение воздуха // Ленинград – 1977.
- [20] Назаров Ш.Э., Журабоева О.С. Математическая модель и эффективный численный алгоритм для мониторинга и прогнозирования концентрации вредных веществ в атмосфере с учётом захвата частиц растительности // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – 2022. – №5(43). с.72-84.
- [21] Shafiev T., Nazarov Sh. Studies of the influence of vegetation cover on the process of transfer and diffusion of harmful substances in the atmosphere //E3S Web of Conferences. – EDP Sciences, 2023. – Т. 431. – С. 01059. P.1-11 <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202343101059>.
- [22] Мурадов Ф., Назаров Ш.Э., Насруллаев П. Сопряженные уравнения переноса и диффузии аэрозольных частиц в атмосфере с учетом захвата частиц элементами растительности // Экологические чтения – 2023: материалы XIII нац. науч.-практ. конф. – Омск: ФГБОУ ВО Омский ГАУ. – С. 352-356.
- [23] Равшанов Н., Шафиев Т.Р., Назаров Ш.Э., Боборахимов Б.И. Математическая модель процесс переноса и диффузия загрязняющих вредных веществ в атмосфере с учетом захвата аэрозольных частиц элементами растительности // Проблемы машиноведения. – С. 97-101.
- [24] Равшанов Н. Математическое моделирование процесса распространения загрязняющих веществ в атмосфере. – Ташкент: MUXR-PRESS, 2017. – 224 с.
- [25] Равшанов Н., Таитемирова Н., Равшанов З. Исследование распространения вредных выбросов в атмосферу в зависимости от суточных изменений погодных метеорологических факторов // Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». – Ташкент, 2012.- №1. - С.9-15.

Поступила в редакцию 29.08.2025

**Цитирование:** Равшанов Н., Набиева И., Насруллаев П., Бердиёров Ш. (2026). Аналитическое решение задачи распространения вредных веществ в атмосфере с учетом поглощения аэрозольных частиц растительностью. *Международный журнал теоретических и прикладных вопросов цифровых технологий*, 9(1), –С. 7-18. <https://doi.org/10.62132/ijdt.v9i1.317>.

## ANALYTICAL SOLUTION TO THE PROBLEM OF ATMOSPHERIC DISPERSION OF HARMFUL SUBSTANCES WITH CONSIDERATION OF AEROSOL PARTICLE UPTAKE BY VEGETATION

<sup>+</sup> Ravshanov N.<sup>1</sup>, Nabieva I.<sup>1,2</sup>, Nasrullaev P.<sup>1</sup>, Berdiyev Sh.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Digital Technologies and Artificial Intelligence Development Research Institute,  
Tashkent, Uzbekistan

<sup>2</sup> Samarkand branch of Tashkent University of Information Technologies named after  
Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan

**Abstract.** The paper considers model problems aimed at analyzing the influence of key parameters on the dispersion of harmful pollutants released into the atmosphere from industrial facilities, energy sources, and transportation systems. For these problems, analytical solutions are obtained that can be used to validate the proposed mathematical models of atmospheric transport and diffusion of pollutants. Based on the analytical solutions, computational experiments were carried out, which showed that under low wind-speed conditions (calm atmosphere), changes in pollutant concentrations are mainly governed by the absorption coefficient of aerosol particles and molecular diffusion. An additional significant factor is the coefficient of aerosol particle capture by vegetation; an increase in this parameter leads to a proportional decrease in aerosol concentrations in the near-surface atmospheric layer. Numerical calculations also demonstrated that wind speed is one of the key parameters determining the transport of pollutants. With increasing wind speed, the transport area expands, while aerosol particle concentrations decrease.

**Keywords:** harmful substances, wind direction, absorption coefficient, diffusion coefficient, atmosphere.