

УДК 519.6:622.276+622.279

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВРЕДНЫХ ВЕЩЕСТВ В АТМОСФЕРЕ С УЧЕТОМ РЕЛЬЕФА МЕСТНОСТИ

*Эшбоева Н.Ф.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и  
искусственного интеллекта, Ташкент, Узбекистан

[nodireshboeva1@gmail.com](mailto:nodireshboeva1@gmail.com)

**Аннотация.** В статье рассмотрено математическое моделирование распространения вредных веществ в атмосфере на основе уравнения адвекции-диффузии с учетом рельефа местности, где учитываются такие ключевые факторы, как движение воздушных масс (в том числе геострофические и орографические компоненты ветра), турбулентная диффузия, источники эмиссии и процессы поглощения. Особое внимание уделено влиянию рельефа на локальное распределение загрязняющих веществ, что повышает реалистичность модели для горных и пересечённых территорий. Для численного решения использован метод конечных разностей с применением для устойчивости схемы Upwind. Полученные результаты могут быть использованы для экологического мониторинга и прогнозирования в сложных топографических условиях, включая горные регионы Узбекистана. Отмечается необходимость интеграции модели с метеорологическими данными для повышения точности расчетов.

**Ключевые слова:** уравнение адвекции-диффузии, турбулентность, рельеф, геострофический и орографический вектор ветра.

### 1 ВВЕДЕНИЕ

Моделирование распространения загрязняющих веществ в атмосфере играет важную роль в решении экологических проблем и охране окружающей среды. Для точного описания процесса распространения вредных веществ широко применяется уравнение адвекции-диффузии. Это уравнение описывает изменение концентрации загрязняющего вещества во времени и пространстве с помощью движение ветра (адвекцию), турбулентную диффузию, источники выбросов и процессы поглощения. Однако этот процесс связан со сложной изменчивостью рельефа, скорости и направления ветра, что еще больше усложняет моделирование, особенно в горных районах. Поэтому в статье предлагается подход моделирования с интеграцией влияния рельефа и компонентов ветра.

В статьях [1-3] смоделировано распространение промышленных отходов и вредных веществ на основе уравнения адвекции-диффузии, в которых учитывают такие факторы, как скорость ветра, турбулентность и устойчивость атмосферы, L. Zhang и др. подчеркивают важность интеграции глобальных метеорологических условий и химических реакций в долгосрочном распространении, в то время как в краткосрочном моделировании в качестве основных факторов рассмотрены турбулентность в пограничном слое и логарифмический профиль ветра.

Р.Ямартино и Д.Виганд смоделировали распространение вредных воздушных масс в городских районах на основе уравнения адвекции-диффузии. В работе [4] анализируется распространение на короткие расстояния в городской среде с учетом влияния ветрового потока, турбулентности и городского рельефа. В статье [5] Джейкоб смоделировал распространение химических загрязнителей атмосферы на основе моделей адвекции-диффузии и химического переноса. Исследование анализирует распространение на большие расстояния и взаимодействие химических процессов, учитывая совместный перенос и реакции. В статье [6] моделируется распространение вредных воздушных масс на основе уравнения адвекции-диффузии и региональной климатической модели. Исследование оценивает влияние региональных климатических условий на распространение и анализирует территориальную динамику загрязнителей.

В работе [7] Джорджи представлена модель глобального распространения загрязняющих веществ на основе уравнения адвекции-диффузии с учетом глобальных атмосферных потоков и климатических условий.

В работах [8-9] распространение радиоактивных и вредных веществ моделировалось на основе лагранжевой модели частиц, при этом траектории частиц в атмосфере и их распространение на большие расстояния были детально проанализированы. Лилёши и его коллеги изучали реальные сценарии на примерах аварий в Чернобыле и Фукусиме, в то время как Зейберт анализировал рассеивание частиц под воздействием глобальных потоков. В статье [10] распространение твердых загрязняющих частиц (PM10, PM2.5) в атмосфере смоделировано с использованием дисперсионной модели Гаусса и уравнения адвекции-диффузии. В исследовании показаны эффективность, простота и преимущества модели при оценке распространения на короткие расстояния в городских условиях.

В работе [11] Венкатрам и Вейл смоделировали распространение вредных веществ в пограничном слое атмосферы с помощью уравнения адвекции-диффузии и дисперсионной модели Гаусса. В исследовании проанализировано влияние логарифмического профиля скорости ветра, параметров турбулентности и устойчивости атмосферы на распространение на короткие расстояния. В статье [12] Г. Бриггс смоделировал распространение промышленных выбросов в атмосфере с помощью дисперсионной модели Гаусса. Исследование направлено на прогнозирование локального распространения выбросов из труб в промышленных зонах с учетом скорости выбросов, параметров распространения и устойчивости атмосферы. В статье [13] математически моделированы процессы распространения промышленных отходов в атмосфере и их поглощения растениями под воздействием климатических и метеорологических факторов, разработаны аналитические решения по размещению промышленных объектов и определению мер экологической защиты. В [14] была разработана математическая модель, охватывающая процессы адвекции, диффузии и поглощения растениями для прогнозирования концентрации загрязняющих веществ в атмосферном воздухе, а также предложен высокоточный численный алгоритм для его решения.

В статьях [15-16] моделируется перенос и диффузия вредных веществ в атмосфере с учетом погодных и климатических факторов, а также коэффициентов поглощения и адгезии частиц растениями. Разработаны аналитические решения на основе двойного функционала для оптимизации размещения промышленных объектов в регионе. Численные расчеты показали, что эффективность захвата частиц растениями является важным фактором. Также было установлено, что низкая скорость ветра (0,5-1,4 м/с) может привести к накоплению вредных веществ в приземном слое атмосферы, что было оценено как неблагоприятные условия для районов Ангрэн, Алмалык и Ахангаран.

## 2 ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Перенос и распространение вредных веществ в атмосфере математически моделируется на основе уравнения адвекции-диффузии. Это уравнение является основной теоретической моделью, которая уравнивает изменение концентрации загрязняющего вещества во времени с адвекцией, турбулентной диффузией, источниками эмиссии и процессами поглощения:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \cdot \nabla C = \nabla \cdot (D \nabla C) + S - a \cdot C. \quad (1)$$

Здесь  $C(x, y, z, t)$  - концентрация вредного вещества, например, PM2.5, SO2 или NO2 в точке  $(x, y, z)$  и во времени.  $t$  - время, которое используется для временных, краткосрочных (часовых) или долгосрочных прогнозов.  $(x, y, z)$  - пространственные координаты, где  $x$  представляет восток-запад,  $y$  представляет север-юг, а  $z$  представляет вертикальную высоту. В синоптическом масштабе,  $x, y \in [0, 2000 \text{ km}]$ ,  $z \in [0, H]$ ,  $H \approx 10 \text{ km}$  - высота слоя атмосферы.  $U = (u_x, u_y, u_z)$  представляет собой вектор скорости ветра, включающий геострофические (обусловленные атмосферным давлением и силой Кориолиса) и орографические (вызванные влиянием рельефа) компоненты ветра.  $D = \text{diag}(D_x, D_y, D_z)$  - тензор коэффициентов диффузии, характеризующий турбулентное перемешивание, зависящее от атмосферных условий.  $S(x, y, z, t)$  - источник эмиссии - вредные вещества, выбрасываемые в атмосферу промышленными предприятиями, транспортом или природными источниками.  $a$  - процессы поглощения - удаление вещества из атмосферы, например, посредством осаждения, химических реакций или поверхностной адсорбции.

Уравнение позволяет более точно описать процессы атмосферного переноса, поскольку оно комплексно учитывает процессы перемещения загрязняющих веществ воздушным потоком (адвекция) и турбулентного перемешивания (диффузия). Влияние рельефа моделируется с помощью специальных коэффициентов и дополнительных компонентов ветра, что обеспечивает адаптивность модели к различным топографическим условиям, включая горные и

сложнорельефные территории. Например, в таких районах Узбекистана, как Чаткальский хребет или Камчикский перевал, рельеф оказывает значительное влияние на воздушные потоки, изменяя направление распространения вредных веществ.

Рельеф оказывает сильное влияние на воздушные потоки в атмосфере, особенно посредством орографических ветров и градиента давления.

Вектор скорости ветра разделяется на геострофическую и орографическую составляющие с целью более точного моделирования динамики атмосферы:

$$u_x = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial P}{\partial y} + u_{h_x}, \quad u_y = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial P}{\partial x} + u_{h_y}, \quad u_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + u_{h_z}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  - плотность воздуха, зависящая от давления и температуры, обычно на уровне моря  $\rho \approx 1.2 \text{ kg/m}^3$

$$\rho = \frac{P}{RT}, \quad R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}, \quad T \approx 288 \text{ K} (15^\circ\text{C}).$$

где  $f$  - параметр Кориолиса ( $\text{c}^{-1}$ ), отклонение ветра, вызванное вращением Земли,  $f = 2\Omega \sin\phi$ ,  $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ рад/с}$ ,  $\phi$  - широта (например, для  $40^\circ$   $f \approx 9.4 \times 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ ),  $P$  - атмосферное давление (Па), зависящее от высоты рельефа

$$P = P_0 \exp\left(-\frac{gh(x, y)}{RT}\right), \quad P_0 = 101325 \text{ Pa}, \quad g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Геострофическая составляющая представляет собой крупномасштабный воздушный поток, формирующийся под воздействием градиента давления и силы Кориолиса, в то время как орографическая составляющая отражает локальное влияние рельефа (например, гор, долин) на направление ветра. Такое разделение позволяет более реалистично описывать ветровые потоки и связанное с ними распространение веществ в районах с разнообразным рельефом.

Из-за различий в высоте изменяются направление и скорость ветра, что влияет на распространение загрязняющих веществ. Вектор ветра разделяется на геострофическую (зависящую от давления и силы Кориолиса) и орографическую (зависящую от рельефа) составляющие. Орографические ветры усиливают турбулентность, направляя воздушные потоки в местах резких изменений рельефа, таких как горы, перевалы или низменности. В результате загрязняющие вещества могут накапливаться на горных склонах или перемещаться в другие районы.

Орографические компоненты ветра  $u_{h_x}, u_{h_y}, u_{h_z}$  (м/с) - это составляющие ветрового движения, возникающие в результате изменений высоты рельефа (например, гор, долин или низменностей). Они связаны с градиентом рельефа:

$$u_{h_x} = -k_h u_{\text{фон}_x} \frac{\partial h}{\partial x}, \quad u_{h_y} = -k_h u_{\text{фон}_y} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad u_{h_z} = -\left(u_{\text{фон}_x} \frac{\partial h}{\partial x} + u_{\text{фон}_y} \frac{\partial h}{\partial y}\right),$$

то есть, в зависимости от вертикальности или горизонтальности земной поверхности, оказывается существенное влияние на направление и скорость воздушных потоков. Эти компоненты особенно важны в горных районах, где они направляют, ускоряют или вызывают вертикальные движения ветра, что в результате влияет на локальный характер распространения вредных веществ.

Здесь  $k_h$  - коэффициент влияния рельефа (безразмерный, 0,1-1), определяющий степень воздействия рельефа на ветер.  $u_{\text{фон}_x}, u_{\text{фон}_y}$  - фоновые атмосферные потоки, не зависящие от влияния рельефа.  $h(x, y)$  - высота рельефа (м, 0-5000 м), получаемая из цифровой модели рельефа (ЦМР), например, для горных районов Узбекистана 1000-4000 м.

Коэффициенты диффузии отражают турбулентный характер распространения загрязняющих веществ в составе атмосферы, и оно в основном зависит от атмосферных условий, особенно от градиентов давления:

$$D_x = D_0 + k \cdot \frac{\left|\frac{\partial P}{\partial x}\right|}{\rho}, \quad D_y = D_0 + k \cdot \frac{\left|\frac{\partial P}{\partial y}\right|}{\rho}, \quad D_z = D_0 + k \cdot \frac{\left|\frac{\partial P}{\partial z}\right|}{\rho}.$$

Данный коэффициент состоит из следующих компонент:  $D_0 \approx 10 \text{ м}^2/\text{с}$  - основной коэффициент диффузии - постоянная величина, отражающая минимальный уровень фонового распространения и не зависящая напрямую от атмосферных условий.  $k$  - коэффициент турбулентности, определяющий интенсивность турбулентных движений в воздушной массе. Градиенты давления -  $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}$  связаны с изменениями рельефа и атмосферного давления и оказывают значительное влияние на вертикальное и горизонтальное распространение.

Источник эмиссии представляет собой количество вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу в результате промышленных, транспортных или природных процессов (например, вулканической активности, пыльных бурь).

Получение аналитического решения уравнения адвекции-диффузии практически невозможно из-за сложности рельефа, изменчивого характера атмосферных процессов и нелинейной природы уравнения. Поэтому уравнение обычно приводится к численному решению методом конечных разностей. В этом подходе пространственные и временные переменные дискретизируются, и уравнение преобразуется в алгебраическую форму, что значительно упрощает процесс вычислений. В качестве основного метода для члена адвекции выбирается схема Upwind — она проводит расчёт на основе значения в точке, противоположной направлению потока, что обеспечивает численную устойчивость и соответствует физическому реализму. Схема Downwind рассматривается только для сравнения, поскольку она является ненадёжной с точки зрения устойчивости. Подобный численный подход подробно рассмотрен в работе [17], где проведено моделирование турбулентного переноса примесей в неоднородной атмосфере с учётом метеорологических и урбанистических факторов.

### 3 ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе проанализировано трехмерный расчет распространения вредного вещества в атмосфере в условиях рельефной местности с использованием модели вычислительной гидродинамики (CFD). Расчетный процесс проведён в трехмерном пространстве, охватывающем горизонтальную площадь размером  $102 \times 102 \text{ км}$  и высоту  $10 \text{ км}$ . При параметризации модели коэффициент диффузии был принят  $D = 5 \text{ м}^2/\text{с}$ , кинематическая вязкость  $\nu = 0,01 \text{ м}^2/\text{с}$ . Начальная скорость ветра  $u=3 \text{ м/с}$ ,  $v=1 \text{ м/с}$ ,  $w=0 \text{ м/с}$ , при этом основной поток формировался в направлении  $x$ . Источник вредного вещества расположен вдоль направления  $x$ , и принято условие его постоянного поступления во времени. На основе этих параметров изучена динамика адвективно-диффузионного распространения вещества в атмосфере. При этом изменялись различные параметры, и анализировано влияние воздействующих факторов на концентрацию путем параметрического редактирования.

Результаты модели были проанализированы в различных временных срезах, и динамические изменения во времени были визуализированы через горизонтальные поля концентрации на высоте  $250 \text{ м}$ :

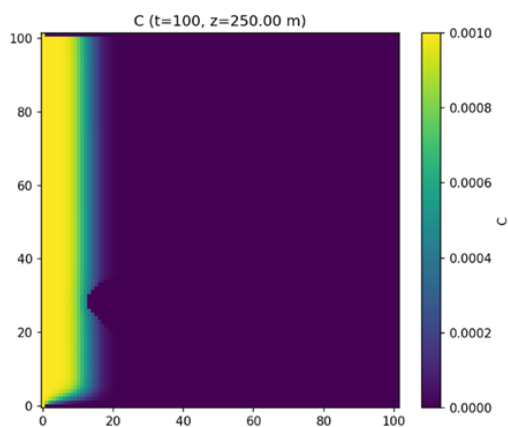
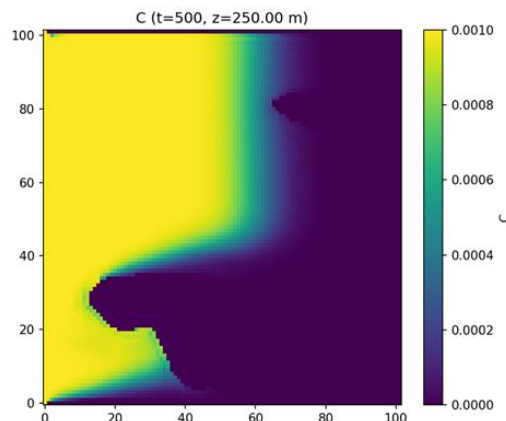


Рис. 1. Распределение концентрации во времени (C) ( $t = 100$  мин,  $z = 250 \text{ м}$ ) по горизонтали

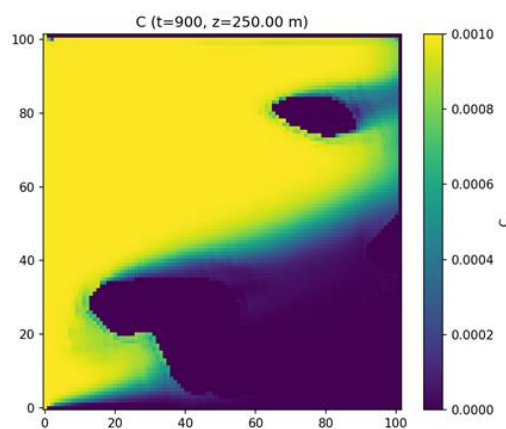
На рис. 1 представлено горизонтальное распределение концентрации вредных веществ при времени  $t=100$  мин и высоте  $z=250 \text{ м}$ . На данном этапе загрязняющие вещества ещё не охватили значительную территорию, что указывает на начальную фазу распространения. Смещение вредного вещества происходит преимущественно в направлении оси  $x$ , что соответствует западно-восточному переносу при средней скорости ветра  $u=3,0 \text{ м/с}$ .

Это направление сформировано под влиянием геострофической компоненты ветрового поля, определяемой крупномасштабным атмосферным давлением и вращением Земли. В то же время орографическая компонента ветра, связанная с особенностями рельефа подстилающей поверхности, вносит локальные отклонения в структуру потока, способствуя образованию зон замедления, завихрений и турбулентного перемешивания. Совокупное воздействие этих двух компонент определяет, как общее направление распространения загрязняющих веществ, так и пространственную неоднородность их концентрации в пределах изучаемой области.



**Рис. 2.** Распределение концентрации во времени ( $C$ ) ( $t = 500$  мин,  $z = 250$  м) по горизонтали

На рис. 2 представлено распределение концентрации вредных веществ при  $t=500$  минут на высоте  $z=250$  м. В отличие от начального этапа, наблюдается значительно более выраженное распространение загрязнений, охватывающее широкую область в горизонтальной плоскости. Зона повышенной концентрации заметно смещается к востоку от источника, что свидетельствует о доминирующем адвективном переносе, происходящем под воздействием устойчивой ветровой нагрузки со средней скоростью  $u=3,0$  м/с в направлении оси  $x$ .



**Рис. 3.** Распределение концентрации ( $C$ ) – ( $t = 900$  мин,  $z = 250$  м) по горизонтали

На рисунке 3 представлено распределение концентрации вредных веществ на момент времени  $t=900$  минут при высоте  $z=250$  м. На данной стадии наблюдается широкомасштабное распространение загрязняющих веществ по всей расчетной области. Формирование пространственно неоднородной структуры концентраций сопровождается появлением зон локального накопления, особенно в местах с выраженными орографическими особенностями.

В ряде областей зафиксированы устойчивые участки с повышенной концентрацией вредных веществ, что связано с влиянием орографической компоненты ветра, формирующей завихрения, застойные зоны и сложные конфигурации потоков вблизи возвышенностей и понижений рельефа. В то же время зоны пониженной концентрации четко коррелируют с усиленными потоками, формирующимися под воздействием геострофической составляющей, задающей общее направление атмосферного переноса. Это взаимодействие приводит к выраженной структурной дифференциации поля загрязнений, обусловленной как крупномасштабными атмосферными условиями, так и локальными рельефными особенностями.

Анализ данных, представленных на трёх рисунках (рис. 1–3), позволяет проследить эволюцию пространственного распределения вредных веществ в атмосфере под влиянием метеорологических и топографических факторов. На первом рисунке загрязнение сохраняется вблизи источника и слабо распространяется по горизонтали. Основной перенос осуществляется за счёт геострофической компоненты ветра, направленной вдоль оси  $x$ , что определяет общее направление движения воздушной массы. На втором рисунке зона загрязнения значительно расширяется благодаря активному адвективному переносу. Формируется вытянутая область повышенной концентрации, ориентированная по направлению основного ветра, при этом начинают проявляться локальные деформации, вызванные орографическим влиянием рельефа. На третьем рисунке загрязняющие вещества охватывают уже большую часть расчетной области. Наблюдаются устойчивые локальные зоны накопления, формирующиеся в районах с выраженными орографическими особенностями, где происходят замедление потока и турбулентные завихрения. Одновременно отмечаются области пониженной концентрации, формируемые интенсивными ветровыми потоками, модулируемыми как геострофической, так и орографической составляющими.

Таким образом, рассмотренные три рисунка наглядно демонстрируют, что совместное влияние геострофических и орографических компонентов ветрового поля критически важно для точного моделирования и прогноза распространения атмосферных загрязнителей. Полученные результаты могут быть использованы для оценки экологической обстановки, совершенствования систем мониторинга и разработки эффективных мер по управлению качеством атмосферного воздуха.

#### 4 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем исследовании был разработан математический подход к моделированию распространения вредных веществ в атмосфере над рельефной местностью, основанный на уравнении адвекции-диффузии. Существенным вкладом модели стало включение геострофических и орографических компонентов ветра, что позволило более точно учитывать влияние рельефа на воздушные потоки. Это уточнение обеспечило адекватное описание как глобальной, так и локальной динамики перемещения загрязняющих веществ.

Численные расчёты выполнены с использованием CFD-подхода и метода конечных разностей, что обеспечило высокую пространственно-временную разрешающую способность модели. Результаты показали, что сложный рельеф существенно изменяет как скорость, так и направление ветровых потоков. Это, в свою очередь, вызывает значительные искажения в пространственной структуре поля концентраций загрязнителей, включая асимметрию, зоны повышенного накопления и локальные аномалии.

Интеграция геострофических и орографических факторов в расчёт ветровых полей существенно повышает достоверность прогноза атмосферного переноса вредных веществ. Предложенная модель представляет собой эффективный инструмент для оценки уровней загрязнения, анализа экологических рисков и оптимизации систем мониторинга качества воздуха в районах с выраженной орографией – таких как горные территории, промышленные агломерации и густонаселённые урбанизированные зоны.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Stockie, J.M.* "The mathematics of atmospheric dispersion modeling." *SIAM Review*, 2011, Vol. 53, Issue 2, pp. 349-372. DOI: 10.1137/10080991X.
- [2] *Zhang, L., et al.* "Modeling atmospheric transport and fate of persistent organic pollutants in the Northern Hemisphere." *Environmental Science & Technology*, 2008, Vol. 42, Issue 12, pp. 4565-4571. DOI: 10.1021/es702989n.
- [3] *Arya, S.P.* "Modeling and parameterization of atmospheric boundary layer processes." *Pure and Applied Geophysics*, 1995, Vol. 144, Issue 3-4, pp. 451-479. DOI: 10.1007/BF00874374.
- [4] *Yamartino, R.J., & Wiegand, D.G.* "Modeling urban air pollution dispersion." *Journal of Applied Meteorology*, 1986, Vol. 25, Issue 7, pp. 1010-1022.
- [5] *Jacob, D.J.* "Modeling atmospheric chemistry and transport." *Atmospheric Environment*, 1999, Vol. 33, Issue 12, pp. 1985-1995. DOI: 10.1016/S1352-2310(98)00343-1.
- [6] *Huang, J.P.* "Regional modeling of atmospheric pollutant dispersion." *Environmental Modelling & Software*, 2005, Vol. 20, Issue 6, pp. 739-749. DOI: 10.1016/j.envsoft.2004.06.010.
- [7] *Giorgi, F.* "Modeling atmospheric transport on a global scale." *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 1991, Vol. 96, Issue D7, pp. 13045-13060. DOI: 10.1029/91JD00954.

- [8] *Leelössy, Á., et al.* "A review of numerical models to predict the atmospheric dispersion of radionuclides." *Journal of Environmental Radioactivity*, 2018, Vol. 182, pp. 20-33.
- [9] *Seibert, P.* "Lagrangian modeling of atmospheric dispersion." *Atmospheric Environment*, 1999, Vol. 33, Issue 18, pp. 2915-2924. DOI: 10.1016/S1352-2310(99)00076-7.
- [10] *Holmes, N. S., & Morawska, L.* "A review of dispersion modelling and its application to the dispersion of particles." *Atmospheric Environment*, 2006, Vol. 40, Issue 30, pp. 5902-5928.
- [11] *Venkatram, A., & Weil, J.C.* "Modeling dispersion in the atmospheric boundary layer." *Atmospheric Environment*, 1990, Vol. 24, Issue 6, pp. 1355-1365. DOI: 10.1016/0960-1686(90)90001-7.
- [12] *Briggs, G.A.* "Plume rise and dispersion from industrial stacks." *Atmospheric Environment*, 1982, Vol. 16, Issue 5, pp. 1123-1134. DOI: 10.1016/0004-6981(82)90173-2.
- [13] *Ravshanov, N., Tashtemirova, N., Alimov, U., Ubaydullaev, M.* Modelling the Spatial Distribution of Industrial Facilities and Green Areas to Reduce the Ecological Footprint // *E3S Web of Conferences-This link is disabled.*, 2024, 574, 04002.
- [14] *Ravshanov N., Nazarov S. E., Boborakhimov B.* Modeling the Process of Pollutant Spread in the Atmosphere with Account for the Capture of Particles by Vegetation Elements // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. – 2024. – Т. 45. – №. 3. – С. 1156-1169.- DOI: 10.1134/S1995080224600638.
- [15] *Ravshanov N., Tashtemirova N.N., Ubaidullaev M.Sh.* Direct and connected problem of transport of harmful substances in the atmosphere, taken into account of the absorption and capture of particles by vegetation in the ground layer. // *Bulletin of TUIT: Management and Communication Technologies* 2(14)2024.
- [16] *Таштёмирова, Н.* (2024). Влияние климатических и метеорологических факторов на процесс распространения загрязняющих веществ в атмосфере промышленных регионов // *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросов Цифровых Технологий*, 7(4), 53–67. <https://doi.org/10.62132/ijdt.v7i4.220>.
- [17] *Boborakhimov B.I.* 2025. Numerical modeling of turbulent transport of impurities in a spatially inhomogeneous atmospheric environment. *Problems of Computational and Applied Mathematics*. 1(63): 77-98.

Поступила в редакцию 15.04.2025

**Цитирование:** Эшбоева Н.Ф. (2025). Математическое моделирование распространения вредных веществ в атмосфере с учетом рельефа местности. *Международный журнал теоретических и прикладных вопросов цифровых технологий*, 8(2), –С. 154-160. <https://doi.org/10.62132/ijdt.v8i2.278>.

## MATHEMATICAL MODELING OF HARMFUL SUBSTANCE DISPERSION IN THE ATMOSPHERE TAKING INTO ACCOUNT TERRAIN RELIEF

*Eshboeva N.F.<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Digital technologies and artificial intelligence development research institute, Tashkent, Uzbekistan

**Abstract.** The article examines the mathematical modeling of harmful substance dispersion in the atmosphere based on the advection–diffusion equation, taking into account the terrain relief. Key factors such as the movement of air masses (including geostrophic and orographic wind components), turbulent diffusion, emission sources, and absorption processes are considered. Special attention is given to the influence of terrain on the local distribution of pollutants, which enhances the realism of the model for mountainous and rugged areas. The finite difference method with an Upwind scheme is employed to ensure numerical stability. The obtained results can be applied to environmental monitoring and forecasting in complex topographic conditions, including the mountainous regions of Uzbekistan. The necessity of integrating the model with meteorological data to improve calculation accuracy is emphasized.

**Keywords:** advection-diffusion equation, turbulence, terrain relief, geostrophic and orographic wind vector.