УДК 516.9

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ МНОГОМЕРНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО- И ВЛАГОПЕРЕНОСА В НЕОДНОРОДНЫХ ПОРИСТЫХ ТЕЛ С УЧЕТОМ ДАВЛЕНИЯ

Шадманов И.У.[1]

[1] Бухарский государственный университет, Бухара, Узбекистан

i.u.shadmanov@buxdu.uz

Аннотация. В статье разработан численный алгоритм решения многомерной математической модели совместных процессов тепло- и влагопереноса в неоднородных пористых телах, имеющих форму прямоугольных параллелепипедов. Модель учитывает внутреннее тепло- и влаговыделение, а также тепло- и влагообмен через поверхности пористого тела с окружающей средой. Разработанный численный алгоритм имеет второй порядок точности по временным и пространственным переменным для решения задач совместного тепло- и влагопереноса при хранении и сушке неоднородных пористых тел, которые используются для исследований, прогнозирования и принятия управленческих решений, что является актуальной проблемой в процессах хранения и переработки сельскохозяйственной продукции и сырья. Получены пространственно-временные зависимости распределения температуры, влажности и давления внутри неоднородного пористого тела.

Ключевые слова: математическая модель, численный алгоритм, теплоперенос, влагоперенос, внутреннее тепловлаговыделение, давления, неоднородное пористое тело.

1 ВВЕДЕНИЕ

Численное исследование процессов переноса тепла и влаги при хранении неоднородных пористых тел, особенно в условиях переменного давления, является сложной, но важной областью исследований. Это исследование необходимо для понимания взаимодействия тепла и влаги в пористых материалах, которое может существенно влиять на качество и стабильность хранимых продуктов.

Основополагающим аспектом этого исследования является одновременное моделирование переноса тепла и влаги. Авторы [1] подчеркивают важность модели одновременного переноса тепла и массы для точного прогнозирования поведения потери влаги в сельскохозяйственных продуктах, таких как огурцы и черника, подчеркивая, что эти процессы взаимозависимы и обусловлены как движением тепла, так и движением массы. Это дополнительно подтверждается работой [2], которые обсуждают сложности, связанные с процессами сушки зерновых куч, где перенос тепла и влаги связан и зависит от физических характеристик задействованных материалов. Взаимодействие между теплом и влагой также имеет решающее значение в контексте хранения биомассы, где самонагревание может происходить из-за микробной деградации и химических реакций, как описано [3] и [4]. Эти исследования подчеркивают необходимость разработки надежных численных моделей, которые могут учитывать динамическую природу этих процессов.

Моделирование процессов тепло- и влагопереноса в пористых средах также требует учета различных факторов, таких как давление и физико-химические свойства материалов. В частности, в исследовании [5] представлена физико-математическая модель влагопереноса в системе «цементный раствор-композитная пластиковая арматура», которая учитывает изменение водоцементного отношения на стадии твердения композита. Это подчеркивает важность учета различных параметров, влияющих на процессы тепло- и влагопереноса.

Основные уравнения, описывающие процессы внутреннего тепло- и влагопереноса в капиллярно-пористом теле, получили название уравнений Лыкова А.В. В монографии Лыкова А.В., Михайлова Ю.А. «Теория тепло- и массопереноса» [6] установлено, что при интенсивном нагреве капиллярно пористого тела кинетика сушки может зависеть не только от градиента потенциала переноса влаги, но и от градиента температуры и градиента внутреннего давления. По теории Лыкова

А.В. система дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка, описывающие процессы тепло- и массопереноса внутри влажного тела в процессе сушки, имеет вид:

$$\frac{\partial M}{\partial \tau} = a_{11}\nabla^2 M + a_{12}\nabla^2 T + a_{13}\nabla^2 P; \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a_{21}\nabla^2 M + a_{22}\nabla^2 T + a_{23}\nabla^2 P; \tag{2}$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = a_{31}\nabla^2 M + a_{32}\nabla^2 T + a_{33}\nabla^2 P; \tag{3}$$

где T – изменение температуры, M – изменение влаги и P – изменение давления, a_{ij} - кинетический коэффициент пористого тела.

Появление новых поколений вычислительных систем и их програмных обеспечения дало импульс в области математическое моделирование сложных задач массо- и теплопереноса в неоднородных пористых средах которые учитывают сложные взаимодействия между теплом, влагой и измеения давления в пористых средах. Например, [7] представили комплексную модель, которая включает внутреннее выделение тепла и влаги, а также обмены с окружающей средой, используя неявную конечно-разностную схему. Эта модель позволяет прогнозировать изменения температуры и влажности в различных точках пористой среды, что необходимо для оптимизации процессов сушки и предотвращения деградации материала. Аналогичным образом [8] расширили это, рассмотрев влияние изменений температуры и влажности окружающей среды на хранение и сушку пористых сельскохозяйственных продуктов, подчеркнув важность точного моделирования для сохранения качества материала.

Более того, связь переноса тепла и влаги с динамикой жидкости изучалась в различных исследованиях. Например, в работе [9] подтвердили связанную модель переноса тепла, пара и жидкой влаги, реализованную в вычислительной гидродинамике, продемонстрировав эффективность объединения моделей переноса тепла и влаги с реализованную в вычислительной гидродинамике для захвата конвективного переноса тепла и влаги. Этот подход имеет решающее значение для точного моделирования реальных сценариев, в которых пористые материалы взаимодействуют с воздухом и влагой, как обсуждалось в работе [10], которые отметили, что градиенты температуры часто возникают из-за явлений массопереноса.

В дополнение к этим теоретическим достижениям, практическое применение этих моделей очевидно в секторе пищевой инженерии, где авторы [11] разработали сопряженный жидкостно-пористый подход для анализа конвективного тепло- и массопереноса во время сушки пищевых продуктов. Их модель охватывает основные взаимодействия между твердой и жидкой фазами, что имеет жизненно важное значение для оптимизации процессов сушки и обеспечения качества продукции.

Физические характеристики пористой среды, такие как пористость и структура пор, существенно влияют на перенос тепла и влаги. Авторы работы [12] утверждают, что традиционные модели часто чрезмерно упрощают характеристику пористой среды, сосредотачиваясь исключительно на пористости, пренебрегая другими критическими параметрами, которые влияют на процессы переноса. Это подтверждают в работе [13], которые используют вычислительные методы для моделирования межфазного теплообмена в пористых средах со сложной структурой пор, иллюстрируя необходимость детального понимания микроструктуры для точного прогнозирования поведения теплопередачи.

Более того, взаимодействие между градиентами давления и потоком жидкости в пористых средах имеет решающее значение для понимания миграции влаги. В работе [14], как градиенты давления управляют движением жидкостей внутри пористых структур, подчеркивая роль проницаемости и вязкости в определении скоростей потока. Это взаимодействие далее исследуется в работе [15], которые изучают конденсацию теплового потока в пористых средах, подчеркивая двойные механизмы проводимости и конвекции, которые действуют одновременно во время процессов теплопередачи.

Численный алгоритм решения многомерной математической модели процессов тепло- и влагопереноса в неоднородных пористых телах с учетом давления представляет собой сложную задачу, требующую применения высокоточных методов моделирования. В данной области важным аспектом является учет деформации пористой среды, что может существенно влиять на процессы тепло- и влагопереноса. Например, в работе [16] рассматривается сеточно-характеристический численный метод, который позволяет моделировать упругие волны в деформируемых средах, что может быть полезно для анализа динамики процессов в неоднородных пористых телах.

Таким образом, для успешного решения задач моделирования процессов тепло- и влагопереноса в неоднородных пористых телах с учетом давления необходимо интегрировать различные подходы и методы, включая сеточно-характеристические методы, физико-математические модели и численные алгоритмы. Это позволит достичь высокой точности и надежности в прогнозировании поведения таких систем.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Система уравнений (1-3) является наиболее общей, она справедлива не только для процессов сушки влажных материалов, но и для любого вида тепло-и влагопереноса.

Учитывая переменность основных теплофизических показателей процесса сушки и хранения неоднородных пористых телах, в качестве математической модели тепло-и влагопереноса предложена следующая система дифференциальных уравнений, где учитываются влаго-и теплообмен с окружающей средой, источники выделения тепла и влаги внутри неоднородной пористой среды, и инсоляции потока солнечной радиации:

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(a_{11}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{11}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{11}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{12}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{12}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{12}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial z}\right)+\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{13}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{13}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{13}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial z}\right)+f,\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial M}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(a_{21}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{21}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{21}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial z}\right)+\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{22}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{22}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{22}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{23}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{23}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{23}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial z}\right)+q,\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial x}\left(a_{31}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{31}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{31}(x,y,z)\frac{\partial P}{\partial z}\right)+\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{32}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{32}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{32}(x,y,z)\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\\ &+\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{33}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{33}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(a_{33}(x,y,z)\frac{\partial M}{\partial z}\right),\end{aligned} \tag{6}$$

с начальными,

$$T(x,y,z,0)=T_0(x,y,z); \tag{7}$$

$$M(x,y,z,0)=M_0(x,y,z); \tag{8}$$

$$P(x,y,z,0)=P_0(x,y,z); \tag{9}$$

и граничными условиями:

$$\lambda_1 \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = -\beta_1\left(T_{oc}-T(0,y,z,\tau)\right)-\eta\rho\gamma R(\tau); \tag{10}$$

$$\lambda_1 \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L_x} = -\beta_1\left(T_{oc}-T(L_x,y,z,\tau)\right)-\eta\rho\gamma R(\tau); \tag{11}$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\beta_1\left(T_{oc} - T\left(x,0,z,\tau\right)\right) - \eta\rho\gamma R\left(\tau\right); \quad (12)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=L_y} = -\beta_1\left(T_{oc} - T\left(x,L_y,z,\tau\right)\right) - \eta\rho\gamma R\left(\tau\right); \quad (13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0; \quad (14)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial z}\bigg|_{z=L_z} = -\beta_1\left(T_{oc} - T\left(x,y,L_z,\tau\right)\right) - \eta\rho\gamma R\left(\tau\right); \quad (15)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial M}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -\beta_2\left(M_{oc} - M\left(0,y,z,\tau\right)\right); \quad (16)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial M}{\partial x}\bigg|_{x=L_x} = -\beta_2\left(M_{oc} - M\left(L_x,y,z,\tau\right)\right); \quad (17)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial M}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\beta_2\left(M_{oc} - M\left(x,0,z,\tau\right)\right); \quad (18)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial M}{\partial y}\bigg|_{y=L_y} = -\beta_2\left(M_{oc} - M\left(x,L_y,z,\tau\right)\right); \quad (19)$$

$$\frac{\partial M}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0; \quad (20)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial M}{\partial z}\bigg|_{z=L_z} = -\beta_2\left(M_{oc} - M\left(x,y,L_z,\tau\right)\right); \quad (21)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial P}{\partial x}\bigg|_{x=0} = -\beta_3\left(P_{am} - P\left(0,y,z,\tau\right)\right); \quad (22)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial P}{\partial x}\bigg|_{x=L_x} = -\beta_3\left(P_{am} - P\left(L_x,y,z,\tau\right)\right); \quad (23)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial P}{\partial y}\bigg|_{y=0} = -\beta_3\left(P_{am} - P\left(x,0,z,\tau\right)\right); \quad (24)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial P}{\partial y}\bigg|_{y=L_y} = -\beta_3\left(P_{am} - P\left(x,L_y,z,\tau\right)\right); \quad (25)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}\bigg|_{z=0} = 0; \quad (26)$$

$$\lambda_3 \frac{\partial P}{\partial z}\bigg|_{z=L_z} = -\beta_3\left(P_{am} - P\left(x,y,L_z,\tau\right)\right). \quad (27)$$

Здесь a_{11}, a_{22}, a_{32} - коэффициенты температуропроводности, a_{12}, a_{21}, a_{33} - коэффициенты влагопроводности, a_{13}, a_{23}, a_{31} - коэффициенты потенциалопроводности диффузии, $f\left(x,y,z,\tau\right) = b \cdot e^{-\alpha\tau}$ - интенсивность внутреннего тепловыделения массы $\left(K\ c^{-1}\right)$, $b = \dfrac{M}{c_1}$ - коэффициент тепловыделения, который зависит от влажность пористых телах, значить

$b = f\left(M\left(x,y,z,\tau\right)\right)$, удельных теплоемкости c_1, α - эмпирический параметр, $q\left(x,y,z,\tau\right) = \rho m_0 e^{-\xi\tau}$ - интенсивность внутренних источников влаги, ρ - плотность тела (*кг/м*[3]), ξ - коэффициент сушки (1/*сек*), m_0 - максимальная интенсивность испарения (*кг/м*[2]*сек*), β_1 - коэффициент теплоотдачи между массой и окружающим его воздухом, β_2 - коэффициент влагоотдачи между массой и окружающим его воздухом, β_3 - коэффициент давление отдачи паров, M_{oc} – влажность окружающей среды, T_{oc} – температура окружающей среды, P_{am} – атмосферное давление, η - коэффициенты для проведения граничного условия к размерному виду, γ - коэффициент поглощения солнечных лучей материалом, $R\left(\tau\right)$ - инсоляция потока солнечной радиации на поверхности хранимого материала, λ_1 – коэффициент теплопроводности, λ_2 - коэффициент массопроводности, λ_3 – коэффициент потенциалопроводности.

Такая математическая модель позволяет провести исследования, мониторинга и прогнозирования процессов тепло- и влагопереноса в пористых средах при хранении и сушки неоднородных телах, где учтены неоднородность среды, тепло и влагообмен с окружающей средой, суточное изменение солнечной радиации, внутреннее собственное тепловлаговыделение материала.

3 МЕТОД РЕШЕНИЯ

Из постановки задача видно, что объект исследования описывается системой дифференциальной уравнений в частных производных с источником тепло-и влаговыделения, следовательно получить аналитическое решение затруднительно. С учетом сказанной выше для решения задачи (4)–(27) используем конечно-разностный метод, заменяя область непрерывного решения на сеточную.

Введем пространственно-временной сетки:

$$\Omega_{xyz\tau} = \left\{\left(x_i = i\Delta x,\ y_j = j\Delta y,\ z_k = k\Delta z,\ \tau_n = n\ \Delta\tau\right),\right.$$
$$\left. i = \overline{1,N_x};\ \ j = \overline{1,M_y},\ \ k = \overline{1,L_z},\ n = \overline{0,N_\tau},\ \ \Delta\tau = 1/N_\tau\right\},$$

и заменяем дифференциальные операторы уравнения (4) на разностные по Ox:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\frac{T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - T_{i,j,k}^{n}}{\Delta\tau/3} + \frac{1}{2}\frac{T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - T_{i+1,j,k}^{n}}{\Delta\tau/3} = \frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2} + \\
&+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n} - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n} + a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2} + \\
&+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n} + a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2} + \\
&+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n} + a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^2} + \\
&+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n} - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n} + a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2} + \\
&+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n} + a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2} + \\
&+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n} + a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^2} + \\
&+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n} - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n} + a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2} + \\
&+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n} + a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2} + \frac{1}{3}f_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}.
\end{aligned} \tag{28}$$

Группируя подобные члены, получим систему трехдиагональных алгебраических уравнений:

$$a_{T,i,j,k}T_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-b_{T,i,j,k}T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+c_{T,i,j,k}T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=-d_{T,i,j,k}. \qquad (29)$$

Где коэффициенты и свободный член определяются с помощью следующих выражений:

$$a_{T,i,j,k}=\frac{a_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2},\quad b_{T,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2},\quad c_{T,i,j,k}=-\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i+0,5,j,k}}{\Delta x^2},$$

$$d_{T,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}T_{i,j,k}^{n}+\frac{3}{2\Delta\tau}T_{i+1,j,k}^{n}+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n}+a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2}+\frac{1}{3}f_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}.$$

Далее, граничное условие (10) аппроксимируем по Ox и получим:

$$\lambda_1\frac{-3T_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+4T_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-T_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{2\Delta x}=-\beta_1T_{oc}+\beta_1T_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\varphi^{n+\frac{1}{3}}, \qquad (30)$$

где $\varphi=\eta\rho\gamma R(\tau)$.

Из системы уравнении (29), при i=1, получим:

$$a_{T,1,j,k}T_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-b_{T,1,j,k}T_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+c_{T,1,j,k}T_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=-d_{T,1,j,k}. \qquad (31)$$

Поставив $T_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (31) в (30), найдем $T_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$T_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{T,0,j,k}T_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{T,0,j,k}, \qquad (32)$$

где прогоночные коэффициенты $\alpha_{T,0,j,k},\beta_{T,0,j,k}$ вычисляется с помощью формул:

$$\alpha_{T,0,j,k}=\frac{\lambda_1b_{T,1,j,k}-4\lambda_1c_{T,1,j,k}}{a_{T,1,j,k}\lambda_1-3c_{T,1,j,k}\lambda_1-2\Delta xc_{T,1,j,k}\beta_1};$$

$$\beta_{T,0,j,k}=\frac{-d_{T,1,j,k}\lambda_1-2\Delta xc_{T,1,j,k}\beta_1T_{oc}-2\Delta xc_{T,1,j,k}\varphi^{n+\frac{1}{3}}}{a_{T,1,j,k}\lambda_1-3c_{T,1,j,k}\lambda_1-2\Delta xc_{T,1,j,k}\beta_1}.$$

Аналогично аппроксимируя граничное условие (11) по Ox, получим:

$$\lambda_1 \frac{T_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - 4T_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + 3T_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{2\Delta x} = -\beta_1 T_{oc} + \beta_1 T_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \varphi^{n+\frac{1}{3}}, \tag{33}$$

где $\varphi = \eta\rho\gamma R(\tau)$.

Применяя метод прогонки для последовательности при N, N-1 и N-2, найдем $T_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ и $T_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$T_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} = \alpha_{T,N-1,j,k} T_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + \beta_{T,N-1,j,k}; \tag{34}$$

$$T_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}} = \alpha_{T,N-2,j,k}\alpha_{T,N-1,j,k} T_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + \alpha_{T,N-2,j,k}\beta_{T,N-1,j,k} + \beta_{T,N-2,j,k}. \tag{35}$$

Поставив $T_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (34) и $T_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (35) в (33), найдем $T_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$T_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}} = \frac{-\lambda_1\alpha_{T,N-2,j,k}\beta_{T,N-1,j,k} - \lambda_1\beta_{T,N-2,j,k} + 4\lambda_1\beta_{T,N-1,j,k} - 2\Delta x\beta_1 T_{oc} - 2\Delta x\varphi^{n+\frac{1}{3}}}{3\lambda_1 - 2\Delta x\beta_1 + \lambda_1\alpha_{T,N-2,j,k}\alpha_{T,N-1,j,k} - 4\lambda_1\alpha_{T,N-1,j,k}}. \tag{36}$$

Значения последовательности температуры $T_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$, $T_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$, ..., $T_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ определяются методом обратной прогонки по уменьшению i:

$$T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} = \alpha_{T,i,j,k} T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + \beta_{T,i,j,k}, \quad i = \overline{N-1,1},\ j = \overline{0,M},\ k = \overline{0,L}. \tag{37}$$

Аналогично уравнение (5) аппроксимируем по Ox конечно-разностными соотношениями и группируя подобных членов, получим систему из трехдиагональных алгебраических уравнений относительно искомых переменных:

$$a_{M,i,j,k} M_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - b_{M,i,j,k} M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + c_{M,i,j,k} M_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} = -d_{M,i,j,k}. \tag{38}$$

Где коэффициенты определяются с помощью следующих выражений:

$$a_{M,i,j,k} = \frac{a_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2}, \quad b_{M,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2}, \quad c_{M,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i+0,5,j,k}}{\Delta x^2},$$

$$d_{M,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} M_{i,j,k}^n + \frac{3}{2\Delta\tau} M_{i+1,j,k}^n +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^n - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^n + a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^n - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^n + a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^n - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^n + a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^n - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^n + a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^n}{\Delta y^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^n - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^n + a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^n}{\Delta z^2} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^n - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^n + a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^n}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^{2}}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^{2}}+\frac{1}{3}q_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}.$$

Далее, граничную условию (16) аппроксимируем со вторым порядком точности по Ox и получим:

$$\lambda_2\frac{-3M_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+4M_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-M_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{2\Delta x}=-\beta_2M_{oc}+\beta_2M_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}. \tag{39}$$

Из системы уравнений (38), при i=1, получим:

$$a_{M,1,j,k}\,M_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-b_{M,1,j,k}\,M_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+c_{M,1,j,k}\,M_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=-d_{M,1,j,k}. \tag{40}$$

Поставив $M_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (40) в (39), найдем значение $M_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$M_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{M,0,j,k}\,M_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{M,0,j,k}. \tag{41}$$

Из соотношения (41) прогоночные коэффициенты определяются в виде:

$$\alpha_{M,0,j,k}=\frac{\lambda_2b_{M,1,j,k}-4\lambda_2c_{M,1,j,k}}{a_{M,1,j,k}\lambda_2-3c_{M,1,j,k}\lambda_2-2\Delta xc_{M,1,j,k}\beta_2};\;\;\beta_{M,0,j,k}=\frac{-d_{M,1,j,k}\lambda_2-2\Delta xc_{M,1,j,k}\beta_2M_{oc}}{a_{M,1,j,k}\lambda_2-3c_{M,1,j,k}\lambda_2-2\Delta xc_{M,1,j,k}\beta_2}.$$

Аналогично аппроксимируя граничному условию (17) по Ox, получим:

$$\lambda_2\frac{M_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-4M_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+3M_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{2\Delta x}=-\beta_2M_{oc}+\beta_2M_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}. \tag{42}$$

Применяя метод прогонки для последовательности N, N-1 и N-2, найдем $M_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ и $M_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$M_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{M,N-1,j,k}M_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{M,N-1,j,k}, \tag{43}$$

$$M_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{M,N-2,j,k}\alpha_{M,N-1,j,k}\,M_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\alpha_{M,N-2,j,k}\beta_{M,N-1,j,k}+\beta_{M,N-2,j,k}. \tag{44}$$

Поставив $M_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (43) и $M_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (44) в (42), найдем $M_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$M_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\frac{-\lambda_2\alpha_{M,N-2,j,k}\beta_{M,N-1,j,k}-\lambda_2\beta_{M,N-2,j,k}+4\lambda_2\beta_{M,N-1,j,k}-2\Delta x\beta_2M_{oc}}{3\lambda_2-2\Delta x\beta_2+\lambda_2\alpha_{M,N-2,j,k}\alpha_{M,N-1,j,k}-4\lambda_2\alpha_{M,N-1,j,k}}. \tag{45}$$

Значения последовательности влаги $M_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$, $M_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$, ..., $M_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ определяются методом обратной прогонки по уменьшению i:

$$M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{M,i,j,k}\,M_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{M,i,j,k},\text{ где }i=\overline{N-1,1},\;j=\overline{0,M},\;k=\overline{0,L}. \tag{46}$$

Аналогично уравнение (6) аппроксимируем по Ox конечно-разностными соотношениями и группируя подобных членов, получим систему из трехдиагональных алгебраических уравнений относительно искомых переменных:

$$a_{P,i,j,k}\,P_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-b_{P,i,j,k}\,P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+c_{P,i,j,k}\,P_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=-d_{P,i,j,k}. \tag{47}$$

Где коэффициенты определяются с помощью следующих выражений:

$$a_{P,i,j,k}=\frac{a_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2},\quad b_{P,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}}{\Delta x^2},\quad c_{P,i,j,k}=-\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i+0,5,j,k}}{\Delta x^2},$$

$$d_{M,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}P_{i,j,k}^{n}+\frac{3}{2\Delta\tau}P_{i+1,j,k}^{n}+$$
$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2}+$$
$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2}+$$
$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^{n}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^{n}+a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^2}+$$
$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2}+$$
$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2}+$$
$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n}+a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n}}{\Delta x^2}+$$
$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n}+a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n}}{\Delta y^2}+$$
$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n}+a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n}}{\Delta z^2}.$$

Далее, граничную условию (22) аппроксимируем со вторым порядком точности по Ox и получим:

$$\lambda_3\frac{-3P_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+4P_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-P_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{2\Delta x}=-\beta_3P_{am}+\beta_3P_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}. \tag{48}$$

Из системы уравнений (47), при i=1, получим:

$$a_{P,1,j,k}\,P_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-b_{P,1,j,k}\,P_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+c_{P,1,j,k}\,P_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=-d_{P,1,j,k}. \tag{49}$$

Поставив $P_{2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (49) в (48), найдем значение $P_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$P_{0,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{P,0,j,k}\,P_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{P,0,j,k}. \tag{50}$$

Из соотношения (50) прогоночные коэффициенты определяются в виде:

$$\alpha_{P,0,j,k}=\frac{\lambda_3b_{P,1,j,k}-4\lambda_3c_{P,1,j,k}}{a_{P,1,j,k}\lambda_3-3c_{P,1,j,k}\lambda_3-2\Delta xc_{P,1,j,k}\beta_3};\ \beta_{P,0,j,k}=\frac{-d_{P,1,j,k}\lambda_3-2\Delta xc_{P,1,j,k}\beta_3P_{am}}{a_{P,1,j,k}\lambda_3-3c_{P,1,j,k}\lambda_3-2\Delta xc_{P,1,j,k}\beta_3}.$$

Аналогично аппроксимируя граничному условию (23) по Ox, получим:

$$\lambda_3\frac{P_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-4P_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+3P_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{2\Delta x}=-\beta_3P_{am}+\beta_3P_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}. \tag{51}$$

Применяя метод прогонки для последовательности N, N-1 и N-2, найдем $P_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ и $P_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$P_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{P,N-1,j,k}P_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{P,N-1,j,k}, \tag{52}$$

$$P_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{P,N-2,j,k}\alpha_{P,N-1,j,k}P_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\alpha_{P,N-2,j,k}\beta_{P,N-1,j,k}+\beta_{P,N-2,j,k}. \tag{53}$$

Поставив $P_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (53) и $P_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ из (52) в (41), найдем $P_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$:

$$P_{N,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\frac{-\lambda_3\alpha_{P,N-2,j,k}\beta_{P,N-1,j,k}-\lambda_3\beta_{P,N-2,j,k}+4\lambda_3\beta_{P,N-1,j,k}-2\Delta x\beta_3P_{am}}{3\lambda_3-2\Delta x\beta_3+\lambda_3\alpha_{P,N-2,j,k}\alpha_{P,N-1,j,k}-4\lambda_3\alpha_{P,N-1,j,k}}. \tag{54}$$

Значения последовательности давление $P_{N-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$, $P_{N-2,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$, ..., $P_{1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}$ определяются методом обратной прогонки по уменьшению i:

$$P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}=\alpha_{P,i,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\beta_{P,i,j,k},\ \text{где}\ i=\overline{N-1,1},\ j=\overline{0,M},\ k=\overline{0,L}. \tag{55}$$

Далее, уравнение (4) аппроксимируем по Oy, получим:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\frac{T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}-T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta\tau/3}+\frac{1}{2}\frac{T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-T_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta\tau/3}=\frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+\\
&+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+\\
&+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+\\
&+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+\\
&+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2}+\\
&+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+\\
&+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+\\
&+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2}+\\
&+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+\frac{1}{3}f_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}.
\end{aligned}$$

Группируя подобных членов, получим систему из трехдиагональных алгебраических уравнений:

$$\bar{a}_{T,i,j,k}T_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\bar{b}_{T,i,j,k}T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{c}_{T,i,j,k}T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}=-\bar{d}_{T,i,j,k}. \quad (56)$$

Где коэффициенты определяются с помощью следующих выражений:

$$\bar{a}_{T,i,j,k}=\frac{a_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2},\ \bar{b}_{T,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2},\ \bar{c}_{T,i,j,k}=-\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i,j+0,5,k}}{\Delta y^2},$$

$$\bar{d}_{T,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+\frac{3}{2\Delta\tau}T_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}+\frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+\frac{1}{3}f_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}.$$

Далее, граничное условие (12) аппроксимируем по Oy, получим:

$$\lambda_1\frac{-3T_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}+4T_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}-T_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}}{2\Delta y}=-\beta_1T_{oc}+\beta_1T_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}-\varphi^{n+\frac{2}{3}}. \quad (57)$$

Из системы уравнений (56), при j=1, получим:

$$\bar{a}_{T,i,1,k}T_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}-\bar{b}_{T,i,1,k}T_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{c}_{T,i,1,k}T_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}=-\bar{d}_{T,i,1,k}. \quad (58)$$

Поставив $T_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (58) в (57), найдем значение $T_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$T_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}=\bar{\alpha}_{T,i,0,k}T_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{\beta}_{T,i,0,k}, \quad (59)$$

где прогоночные коэффициенты определяются с помощью следующих соотношений:

$$\bar{\alpha}_{T,i,0,k}=\frac{\lambda_1\bar{b}_{T,i,1,k}-4\lambda_1\bar{c}_{T,i,1,k}}{\bar{a}_{T,i,1,k}\lambda_1-3\bar{c}_{T,i,1,k}\lambda_1-2\Delta y\bar{c}_{T,i,1,k}\beta_1};\ \bar{\beta}_{T,i,0,k}=\frac{-\bar{d}_{T,i,1,k}\lambda_1-2\Delta y\bar{c}_{T,i,1,k}\beta_1T_{oc}-2\Delta y\bar{c}_{T,i,1,k}\varphi^n}{\bar{a}_{T,i,1,k}\lambda_1-3\bar{c}_{T,i,1,k}\lambda_1-2\Delta y\bar{c}_{T,i,1,k}\beta_1}.$$

Далее аппроксимируя граничное условие (13) по Oy, получим:

$$\lambda_1 \frac{T_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}} - 4T_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}} + 3T_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}}{2\Delta y} = -\beta_1 T_{oc} + \beta_1 T_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} - \varphi^{n+\frac{2}{3}}. \quad (61)$$

Применяя метод прогонки для последовательности M, M-1 и M-2, найдем $T_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ и $T_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$T_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{T,i,M-1,k}\, T_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\beta}_{T,i,M-1,k}, \quad (62)$$

$$T_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{T,i,M-2,k}\, \overline{\alpha}_{T,i,M-1,k}\, T_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\alpha}_{T,i,M-2,k}\, \overline{\beta}_{T,i,M-1,k} + \overline{\beta}_{T,i,M-2,k}. \quad (63)$$

Поставив $T_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (63) и $T_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (62) в (61), найдем $T_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$T_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} = \frac{-\lambda_1 \overline{\alpha}_{T,i,M-2,k}\, \overline{\beta}_{T,i,M-1,k} - \lambda_1 \overline{\beta}_{T,i,M-2,k} + 4\lambda_1 \overline{\beta}_{T,i,M-1,k} - 2\Delta y \beta_1 T_{oc} - 2\Delta y \varphi^{n+\frac{2}{3}}}{3\lambda_1 - 2\Delta y \beta_1 + \lambda_1 \overline{\alpha}_{T,i,M-2,k}\, \overline{\alpha}_{T,i,M-1,k} - 4\lambda_1 \overline{\alpha}_{T,i,M-1,k}}. \quad (64)$$

Значения последовательности температуры $T_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$, $T_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$, ..., $T_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ определяются методом обратной прогонки по уменьшению j:

$$T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{T,i,j,k} T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\beta}_{T,i,j,k}, \text{ где } i = \overline{0,N},\ j = \overline{M-1,1},\ k = \overline{0,L}. \quad (65)$$

Далее, аналогично, уравнение (5) аппроксимируем по Oy и упрощая подобные члены получим систему из трехдиагональных алгебраических уравнений:

$$\overline{a}_{M,i,j,k} M_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}} - \overline{b}_{M,i,j,k} M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{c}_{M,i,j,k}\, M_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} = -\overline{d}_{M,i,j,k}. \quad (66)$$

Где коэффициенты и свободный член уравнения определяются с помощью следующих выражений:

$$\overline{a}_{M,i,j,k} = \frac{a_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2},\ \overline{b}_{M,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2},\ \overline{c}_{M,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j+0,5,k}}{\Delta y^2},$$

$$\overline{d}_{M,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + \frac{3}{2\Delta\tau} M_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k} M_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right) M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i-0,5,j,k} M_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5} M_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right) M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j,k-0,5} M_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k} T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i-0,5,j,k} T_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k} T_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j-0,5,k} T_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5} T_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j,k-0,5} T_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}+\frac{1}{3}q_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}.$$

Далее, граничное условие (18) аппроксимируем по Oy, получим:

$$\lambda_2\frac{-3M_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}+4M_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}-M_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}}{2\Delta y}=-\beta_2M_{oc}+\beta_2M_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}. \tag{67}$$

Из системы уравнении (66), при j=1, получим:

$$\bar{a}_{M,i,1,k}M_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}-\bar{b}_{M,i,1,k}M_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{c}_{M,i,1,k}M_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}=-\bar{d}_{M,i,1,k}. \tag{68}$$

Поставив $M_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (68) в (67), найдем значение $M_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$M_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}=\bar{\alpha}_{M,i,0,k}M_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{\beta}_{M,i,0,k}. \tag{69}$$

Из соотношения (69) следует, что прогоночные коэффициенты $\bar{\alpha}_{M,i,0,k}$ и $\bar{\beta}_{M,i,0,k}$ вычисляются с помощью формул:

$$\bar{\alpha}_{M,i,0,k}=\frac{\lambda_2\bar{b}_{M,i,1,k}-4\lambda_2\bar{c}_{M,i,1,k}}{\bar{a}_{M,i,1,k}-3\bar{c}_{M,i,1,k}\lambda_2-2\Delta y\bar{c}_{M,i,1,k}\beta_2};\ \bar{\beta}_{M,i,0,k}=\frac{-\bar{d}_{M,i,1,k}-2\Delta y\bar{c}_{M,i,1,k}\beta_2M_{oc}}{\bar{a}_{M,i,1,k}-3\bar{c}_{M,i,1,k}\lambda_2-2\Delta y\bar{c}_{M,i,1,k}\beta_2}.$$

Аналогично аппроксимируя граничное условие (19) по Oy со вторым порядком точности, получим:

$$\lambda_2\frac{M_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}-4M_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}+3M_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}}{2\Delta y}=-\beta_2M_{oc}+\beta_2M_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}. \tag{70}$$

Применяя метод прогонки для последовательности M, M-1 и M-2, найдем значения $M_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ и $M_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ следующим образом:

$$M_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}=\bar{\alpha}_{M,i,M-1,k}M_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{\beta}_{M,i,M-1,k}; \tag{71}$$

$$M_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}=\bar{\alpha}_{M,i,M-2,k}\bar{\alpha}_{M,i,M-1,k}M_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}+\bar{\alpha}_{M,i,M-2,k}\bar{\beta}_{M,i,M-1,k}+\bar{\beta}_{M,i,M-2,k}. \tag{72}$$

Поставив $M_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (71) и $M_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (72) в (70), найдем $M_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$M_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}=\frac{-\lambda_2\bar{\alpha}_{M,i,M-2,k}\bar{\beta}_{M,i,M-1,k}-\lambda_2\bar{\beta}_{M,i,M-2,k}+4\lambda_2\bar{\beta}_{M,i,M-1,k}-2\Delta y\beta_2M_{oc}}{3\lambda_2-2\Delta y\beta_2+\lambda_2\bar{\alpha}_{M,i,M-2,k}\bar{\alpha}_{M,i,M-1,k}-4\lambda_2\bar{\alpha}_{M,i,M-1,k}}. \tag{73}$$

Значения влаги в последовательности $M_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$, $M_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$, ..., $M_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ определяются методом обратной прогонки по уменьшению индекса j:

$$M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} = \bar{\alpha}_{M,i,j,k} M_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} + \bar{\beta}_{M,i,j,k}, \text{ где } i=\overline{0,N},\ j=\overline{M-1,1},\ k=\overline{0,L}. \tag{74}$$

Далее, аналогично, уравнение (6) аппроксимируем по Oy и упрощая подобные члены получим систему из трехдиагональных алгебраических уравнений:

$$\bar{a}_{P,i,j,k} P_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}} - \bar{b}_{P,i,j,k} P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + \bar{c}_{P,i,j,k} P_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} = -\bar{d}_{P,i,j,k}. \tag{75}$$

Где коэффициенты и свободный член уравнения определяются с помощью следующих выражений:

$$\bar{a}_{P,i,j,k} = \frac{a_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2},\ \bar{b}_{P,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}}{\Delta y^2},\ \bar{c}_{P,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j+0,5,k}}{\Delta y^2},$$

$$\bar{d}_{P,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + \frac{3}{2\Delta\tau} P_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}} + \frac{a_{i+0,5,j,k} P_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right) P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i-0,5,j,k} P_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+ \frac{a_{i,j,k+0,5} P_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right) P_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j,k-0,5} P_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2} +$$

$$+ \frac{a_{i+0,5,j,k} T_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i-0,5,j,k} T_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+ \frac{a_{i,j+0,5,k} T_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j-0,5,k} T_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2} +$$

$$+ \frac{a_{i,j,k+0,5} T_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j,k-0,5} T_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2} +$$

$$+ \frac{a_{i+0,5,j,k} M_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right) M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i-0,5,j,k} M_{i-1,j,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+ \frac{a_{i,j+0,5,k} M_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j+0,5,k} + a_{i,j-0,5,k}\right) M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j-0,5,k} M_{i,j-1,k}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta y^2} +$$

$$+ \frac{a_{i,j,k+0,5} M_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}\right) M_{i,j,k}^{n+\frac{1}{3}} + a_{i,j,k-0,5} M_{i,j,k-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta z^2}.$$

Далее, граничное условие (24) аппроксимируем по Oy, получим:

$$\lambda_3 \frac{-3P_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}} + 4P_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}} - P_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}}{2\Delta y} = -\beta_3 P_{am} + \beta_3 P_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}. \tag{76}$$

Из системы уравнении (75), при j=1, получим:

$$\bar{a}_{P,i,1,k} P_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}} - \bar{b}_{P,i,1,k} P_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}} + \bar{c}_{P,i,1,k} P_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}} = -\bar{d}_{P,i,1,k}. \tag{77}$$

Поставив $P_{i,2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (77) в (76), найдем значение $P_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$P_{i,0,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{P,i,0,k} P_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\beta}_{P,i,0,k}. \tag{78}$$

Из соотношения (78) следует, что прогоночные коэффициенты $\overline{\alpha}_{P,i,0,k}$ и $\overline{\beta}_{P,i,0,k}$ вычисляются с помощью формул:

$$\overline{\alpha}_{P,i,0,k} = \frac{\lambda_3 \overline{b}_{P,i,1,k} - 4\lambda_3 \overline{c}_{P,i,1,k}}{\overline{a}_{P,i,1,k} - 3\overline{c}_{P,i,1,k}\lambda_3 - 2\Delta y \overline{c}_{P,i,1,k}\beta_3}; \quad \overline{\beta}_{P,i,0,k} = \frac{-\overline{d}_{M,i,1,k} - 2\Delta y \overline{c}_{P,i,1,k}\beta_3 P_{am}}{\overline{a}_{P,i,1,k} - 3\overline{c}_{P,i,1,k}\lambda_3 - 2\Delta y \overline{c}_{P,i,1,k}\beta_3}.$$

Аналогично аппроксимируя граничное условие (25) по Oy со вторым порядком точности, получим:

$$\lambda_3 \frac{P_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}} - 4P_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}} + 3P_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}}{2\Delta y} = -\beta_2 P_{am} + \beta_3 P_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}. \tag{79}$$

Применяя метод прогонки для последовательности M, M-1 и M-2, найдем значения $P_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ и $P_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ следующим образом:

$$P_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{P,i,M-1,k} P_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\beta}_{P,i,M-1,k}; \tag{80}$$

$$P_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{P,i,M-2,k}\overline{\alpha}_{P,i,M-1,k} P_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\alpha}_{P,i,M-2,k}\overline{\beta}_{P,i,M-1,k} + \overline{\beta}_{P,i,M-2,k}. \tag{81}$$

Поставив $P_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (80) и $P_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$ из (81) в (79), найдем $P_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}}$:

$$P_{i,M,k}^{n+\frac{2}{3}} = \frac{-\lambda_3\overline{\alpha}_{P,i,M-2,k}\overline{\beta}_{P,i,M-1,k} - \lambda_3\overline{\beta}_{P,i,M-2,k} + 4\lambda_3\overline{\beta}_{P,i,M-1,k} - 2\Delta y\beta_3 P_{am}}{3\lambda_3 - 2\Delta y\beta_3 + \lambda_3\overline{\alpha}_{P,i,M-2,k}\overline{\alpha}_{P,i,M-1,k} - 4\lambda_3\overline{\alpha}_{P,i,M-1,k}}. \tag{82}$$

Значения влаги в последовательности $P_{i,M-1,k}^{n+\frac{2}{3}}$, $P_{i,M-2,k}^{n+\frac{2}{3}}$, ..., $P_{i,1,k}^{n+\frac{2}{3}}$ определяются методом обратной прогонки по уменьшению индекса j:

$$P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} = \overline{\alpha}_{P,i,j,k} P_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} + \overline{\beta}_{P,i,j,k}, \text{ где } i = \overline{0,N},\ j = \overline{M-1,1},\ k = \overline{0,L}. \tag{83}$$

Аналогично уравнение (4) аппроксимируем по Oz конечно-разностными соотношениями и группируя подобных членов получим систему трехдиагональных алгебраических уравнений:

$$\overline{\overline{a}}_{T,i,j,k} T_{i,j,k-1}^{n+1} - \overline{\overline{b}}_{T,i,j,k} T_{i,j,k}^{n+1} + \overline{\overline{c}}_{T,i,j,k} T_{i,j,k+1}^{n+1} = -\overline{\overline{d}}_{T,i,j,k}. \tag{84}$$

Где коэффициенты системы уравнения определяются с помощью следующих выражений:

$$\overline{\overline{a}}_{T,i,j,k} = \frac{a_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2},\ \overline{\overline{b}}_{T,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j,k+0,5} + a_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2},\ \overline{\overline{c}}_{T,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j,k+0,5}}{\Delta z^2},$$

$$\overline{\overline{d}}_{T,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + \frac{3}{2\Delta\tau} T_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}} + \frac{a_{i+0,5,j,k} T_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k} + a_{i-0,5,j,k}\right) T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i-0,5,j,k} T_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta z^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta z^2}+\frac{1}{3}f_{i,j,k}^{n+1}.$$

Далее, граничное условие (14) аппроксимируем по Oz, и получим:

$$\frac{-3T_{i,j,0}^{n+1}+4T_{i,j,1}^{n+1}-T_{i,j,2}^{n+1}}{2\Delta z}=0. \tag{85}$$

Из системы уравнении (84) при z=1, получим:

$$\overline{\overline{a}}_{T,i,j,1}T_{i,j,0}^{n+1}-\overline{\overline{b}}_{T,i,j,1}T_{i,j,1}^{n+1}+\overline{\overline{c}}_{T,i,j,1}T_{i,j,2}^{n+1}=-\overline{\overline{d}}_{T,i,j,1}. \tag{86}$$

Поставив $T_{i,j,2}^{n+1}$ из (86) в (85), найдем значение $T_{i,j,0}^{n+1}$:

$$T_{i,j,0}^{n+1}=\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,0}T_{i,j,1}^{n+1}+\overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,0}. \tag{87}$$

Из соотношения (87) следует, что прогоночные коэффициенты $\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,0}$ и $\overline{\overline{\beta}}_{Ti,j,0}$ вычисляется как:

$$\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,0}=\frac{\overline{\overline{b}}_{T,i,j,1}-4\overline{\overline{c}}_{T,i,j,1}}{\overline{\overline{a}}_{T,i,j,1}-3\overline{\overline{c}}_{i,j,1}};\quad \overline{\overline{\beta}}_{Ti,j,0}=-\frac{\overline{\overline{d}}_{T,i,j,1}}{\overline{\overline{a}}_{T,i,j,1}-3\overline{\overline{c}}_{i,j,1}}.$$

Аналогично аппроксимируя граничное условие (15) по Oz со вторым порядком точности, получим:

$$\lambda_1\frac{T_{i,j,L-2}^{n+1}-4T_{i,j,L-1}^{n+1}+3T_{i,j,L}^{n+1}}{2\Delta z}=-\beta_1 T_{oc}+\beta_1 T_{i,j,L}^{n+1}-\varphi^{n+1}. \tag{88}$$

Применяя метод прогонки для последовательности индексов L, L-1 и L-2, найдем $T_{i,j,L-1}^{n+1}$ и $T_{i,j,L-2}^{n+1}$:

$$T_{i,j,L-1}^{n+1}=\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-1}T_{i,j,L}^{n+1}+\overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,L-1}; \tag{89}$$

$$T_{i,j,L-2}^{n+1} = \overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-2}\,\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-1}\,T_{i,j,L}^{n+1} + \alpha_{i,j,L-2}\,\overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,L-1} + \overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,L-2}. \tag{90}$$

Поставив $T_{i,j,L-1}^{n+1}$ из (89) и $T_{i,j,L-2}^{n+1}$ из (90) в (88), найдем $T_{i,j,L}^{n+1}$:

$$T_{i,j,L}^{n+1} = \frac{-\lambda_1\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-2}\,\overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,L-1} - \lambda_1\overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,L-2} + 4\lambda_1\overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,L-1} - 2\Delta z\beta_1 T_{oc} - 2\Delta z\varphi^{n+1}}{3\lambda_1 - 2\Delta z\beta_1 + \lambda_1\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-2}\,\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-1} - 4\lambda_1\overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,L-1}}. \tag{91}$$

Значения температуры $T_{i,j,L-1}^{n+1}$, $T_{i,j,L-2}^{n+1}$, ..., $T_{i,j,1}^{n+1}$ последовательно определяются методом обратной прогонки по уменьшению значения z:

$$T_{i,j,k}^{n+1} = \overline{\overline{\alpha}}_{T,i,j,k}\,T_{i,j,k+1}^{n+1} + \overline{\overline{\beta}}_{T,i,j,k}\text{, где } i=\overline{0,N},\ j=\overline{0,M},\ k=\overline{L-1,1}. \tag{92}$$

Используя вышеуказанные действия выполняем для уравнения (5) по Oz , получим:

$$\overline{\overline{a}}_{M,i,j,k}M_{i,j,k-1}^{n+1} - \overline{\overline{b}}_{M,i,j,k}M_{i,j,k}^{n+1} + \overline{\overline{c}}_{M,i,j,k}M_{i,j,k+1}^{n+1} = -\overline{\overline{d}}_{M,i,j,k}, \tag{93}$$

где коэффициенты трехдиагональной матрицы вычисляются по формулам:

$$\overline{\overline{a}}_{M,i,j,k} = \frac{a_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2},\ \overline{\overline{b}}_{M,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2},\ \overline{\overline{c}}_{M,i,j,k} = -\frac{3}{2\Delta\tau} + \frac{a_{i,j,k+0,5}}{\Delta z^2},$$

$$\overline{\overline{d}}_{M,i,j,k} = \frac{3}{2\Delta\tau}M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + \frac{3}{2\Delta\tau}M_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta z^2} +$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2} +$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}P_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}} - \left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}} + a_{i,j,k-0,5}P_{i,j,k-1}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta z^2} + \frac{1}{3}q_{i,j,k}^{n+1}.$$

Далее, граничное условие (20) аппроксимируем по Oz со вторым порядком точности и получим:

$$\frac{-3M_{i,j,0}^{n+1}+4M_{i,j,1}^{n+1}-M_{i,j,2}^{n+1}}{2\Delta z}=0. \qquad (94)$$

Из системы уравнений (93), при z=1, получим:

$$\overset{=}{a}_{M,i,j,1}M_{i,j,0}^{n+1}-\overset{=}{b}_{M,i,j,1}M_{i,j,1}^{n+1}+\overset{=}{c}_{M,i,j,1}M_{i,j,2}^{n+1}=-\overset{=}{d}_{M,i,j,1}. \qquad (95)$$

Поставив $M_{i,j,2}^{n+1}$ из (95) в (94), найдем $M_{i,j,0}^{n+1}$:

$$M_{i,j,0}^{n+1}=\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,0}M_{i,j,1}^{n+1}+\overset{=}{\beta}_{M,i,j,0}. \qquad (96)$$

Из соотношения (96) следуют, что прогоночные коэффициенты $\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,0}$ и $\overset{=}{\beta}_{M,i,j,0}$ вычисляются как:

$$\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,0}=\frac{\overset{=}{b}_{M,i,j,1}-4\overset{=}{c}_{M,i,j,1}}{\overset{=}{a}_{M,i,j,1}-3\overset{=}{c}_{M,i,j,1}} \text{ и } \overset{=}{\beta}_{M,i,j,0}=\frac{-\overset{=}{d}_{M,i,j,1}}{\overset{=}{a}_{M,i,j,1}-3\overset{=}{c}_{M,i,j,1}}.$$

Аналогично аппроксимируя граничное условие (21) по Oz, получим:

$$\lambda_2\frac{M_{i,j,L-2}^{n+1}-4M_{i,j,L-1}^{n+1}+3M_{i,j,L}^{n+1}}{2\Delta z}=-\beta_2M_{oc}+\beta_2M_{i,j,L}^{n+1}. \qquad (97)$$

Применяя метод прогонки для последовательности индексов L, L-1 и L-2, найдем $M_{i,j,L-1}^{n+1}$ и $M_{i,j,L-2}^{n+1}$:

$$M_{i,j,L-1}^{n+1}=\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-1}M_{i,j,L}^{n+1}+\overset{=}{\beta}_{M,i,j,L-1}, \qquad (98)$$

$$M_{i,j,L-2}^{n+1}=\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-2}\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-1}M_{i,j,L}^{n+1}+\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-2}\overset{=}{\beta}_{M,i,j,L-1}+\overset{=}{\beta}_{M,i,j,L-2}. \qquad (99)$$

Поставив $M_{i,j,L-1}^{n+1}$ из (98) и $M_{i,j,L-2}^{n+1}$ из (99) в (97), найдем $M_{i,j,L}^{n+1}$:

$$M_{i,j,L}^{n+1}=\frac{-\lambda_2\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-2}\overset{=}{\beta}_{M,i,j,L-1}-\lambda_2\overset{=}{\beta}_{M,i,j,L-2}+4\lambda_2\overset{=}{\beta}_{M,i,j,L-1}-2\Delta z\beta_2M_{oc}}{3\lambda_2-2\Delta z\beta_2+\lambda_2\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-2}\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-1}-4\lambda_2\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,L-1}}. \qquad (100)$$

Значения влаги $M_{i,j,L-1}^{n+1}$, $M_{i,j,L-2}^{n+1}$, ..., $M_{i,j,1}^{n+1}$ в узлах определяется последовательно методом обратной прогонки по уменьшению индекса k:

$$M_{i,j,k}^{n+1}=\overset{=}{\alpha}_{M,i,j,k}M_{i,j,k+1}^{n+1}+\overset{=}{\beta}_{M,i,j,k}, \text{ где } i=\overline{0,N},\ j=\overline{0,M},\ k=\overline{L-1,1}. \qquad (101)$$

Аналогично, используя вышеуказанные действия выполняем для уравнения (6) по Oz, получим:

$$\overset{=}{a}_{P,i,j,k}P_{i,j,k-1}^{n+1}-\overset{=}{b}_{P,i,j,k}P_{i,j,k}^{n+1}+\overset{=}{c}_{P,i,j,k}P_{i,j,k+1}^{n+1}=-\overset{=}{d}_{P,i,j,k}, \qquad (102)$$

где коэффициенты трехдиагональной матрицы вычисляются по формулам:

$$\overset{=}{a}_{P,i,j,k}=\frac{a_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2},\ \overset{=}{b}_{P,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}}{\Delta z^2},\ \overset{=}{c}_{P,i,j,k}=-\frac{3}{2\Delta\tau}+\frac{a_{i,j,k+0,5}}{\Delta z^2},$$

$$\overset{=}{d}_{P,i,j,k}=\frac{3}{2\Delta\tau}P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+\frac{3}{2\Delta\tau}P_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}}+\frac{a_{i+0,5,j,k}P_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i-0,5,j,k}P_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}P_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)P_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}P_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}T_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i-0,5,j,k}T_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}T_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}T_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}T_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)T_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j,k-0,5}T_{i,j,k-1}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta z^2}+$$

$$+\frac{a_{i+0,5,j,k}M_{i+1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i+0,5,j,k}+a_{i-0,5,j,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i-0,5,j,k}M_{i-1,j,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta x^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j+0,5,k}M_{i,j+1,k}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j+0,5,k}+a_{i,j-0,5,k}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j-0,5,k}M_{i,j-1,k}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta y^2}+$$

$$+\frac{a_{i,j,k+0,5}M_{i,j,k+1}^{n+\frac{2}{3}}-\left(a_{i,j,k+0,5}+a_{i,j,k-0,5}\right)M_{i,j,k}^{n+\frac{2}{3}}+a_{i,j,k-0,5}M_{i,j,k-1}^{n+\frac{2}{3}}}{\Delta z^2}.$$

Далее, граничное условие (26) аппроксимируем по Oz со вторым порядком точности и получим:

$$\frac{-3P_{i,j,0}^{n+1}+4P_{i,j,1}^{n+1}-P_{i,j,2}^{n+1}}{2\Delta z}=0. \tag{103}$$

Из системы уравнении (102), при z=1, получим:

$$\overset{=}{a}_{P,i,j,1}\,P_{i,j,0}^{n+1}-\overset{=}{b}_{P,i,j,1}\,P_{i,j,1}^{n+1}+\overset{=}{c}_{P,i,j,1}\,P_{i,j,2}^{n+1}=-\overset{=}{d}_{P,i,j,1}. \tag{104}$$

Поставив $P_{i,j,2}^{n+1}$ из (104) в (103), найдем $P_{i,j,0}^{n+1}$:

$$P_{i,j,0}^{n+1}=\overset{=}{\alpha}_{P,i,j,0}\,P_{i,j,1}^{n+1}+\overset{=}{\beta}_{P,i,j,0}. \tag{105}$$

Из соотношения (105) следуют, что прогоночные коэффициенты $\overset{=}{\alpha}_{P,i,j,0}$ и $\overset{=}{\beta}_{P,i,j,0}$ вычисляются как:

$$\overset{=}{\alpha}_{P,i,j,0}=\frac{\overset{=}{b}_{P,i,j,1}-4\overset{=}{c}_{P,i,j,1}}{\overset{=}{a}_{P,i,j,1}-3\overset{=}{c}_{P,i,j,1}} \text{ и } \overset{=}{\beta}_{P,i,j,0}=\frac{-\overset{=}{d}_{P,i,j,1}}{\overset{=}{a}_{P,i,j,1}-3\overset{=}{c}_{P,i,j,1}}.$$

Аналогично аппроксимируя граничное условие (27) по Oz, получим:

$$\lambda_3\frac{P_{i,j,L-2}^{n+1}-4P_{i,j,L-1}^{n+1}+3P_{i,j,L}^{n+1}}{2\Delta z}=-\beta_3P_{am}+\beta_3P_{i,j,L}^{n+1}. \tag{106}$$

Применяя метод прогонки для последовательности индексов L, L-1 и L-2, найдем $P_{i,j,L-1}^{n+1}$ и $P_{i,j,L-2}^{n+1}$:

$$P_{i,j,L-1}^{n+1}=\overset{=}{\alpha}_{P,i,j,L-1}\,P_{i,j,L}^{n+1}+\overset{=}{\beta}_{P,i,j,L-1}, \tag{107}$$

$$P_{i,j,L-2}^{n+1} = \overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-2}\overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-1} P_{i,j,L}^{n+1} + \overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-2}\overline{\overline{\beta}}_{P,i,j,L-1} + \overline{\overline{\beta}}_{P,i,j,L-2}. \quad (108)$$

Поставив $P_{i,j,L-1}^{n+1}$ из (107) и $P_{i,j,L-2}^{n+1}$ из (108) в (106), найдем $P_{i,j,L}^{n+1}$:

$$P_{i,j,L}^{n+1} = \frac{-\lambda_3 \overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-2}\overline{\overline{\beta}}_{P,i,j,L-1} - \lambda_3 \overline{\overline{\beta}}_{P,i,j,L-2} + 4\lambda_3 \overline{\overline{\beta}}_{P,i,j,L-1} - 2\Delta z \beta_3 P_{am}}{3\lambda_3 - 2\Delta z \beta_3 + \lambda_3 \overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-2}\overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-1} - 4\lambda_3 \overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,L-1}}.$$

Значения давление $P_{i,j,L-1}^{n+1}$, $P_{i,j,L-2}^{n+1}$, ..., $P_{i,j,1}^{n+1}$ в узлах определяется последовательно методом обратной прогонки по уменьшению индекса k:

$$P_{i,j,k}^{n+1} = \overline{\overline{\alpha}}_{P,i,j,k} P_{i,j,k+1}^{n+1} + \overline{\overline{\beta}}_{P,i,j,k}, \text{ где } i = \overline{0,N},\ j = \overline{0,M},\ k = \overline{L-1,1}.$$

Итак, разработан эффективный устойчивый численный алгоритм на основе конечно-разностного метода высокого порядка точности, который служит для решения трехмерной задачи совместного тепло- и влагопереноса при хранении и сушки неоднородных пористых телах.

4 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана многомерная математическая модель процессов совместного тепло- и влагопереноса в неоднородных пористых телах под воздействием внутреннего тепло-и влаговыделения и внешней температуры, протекающего под влиянием солнечной энергии.

Разработан численный алгоритм второго порядка точности по времени и пространственных переменных для решения задач совместного тепло- и влагопереноса при хранении и сушки неоднородных пористых тел, которые служат для исследования, прогнозирования и принятия управленческого решения в задачах тепло-и влагопереноса в пористых телах, которые является актуальной проблемой в процессах хранения и переработки сельскохозяйственных продуктов и сырья. Получены пространственно-временные зависимости распределения температуры, влаги и давление внутри неоднородного пористого теле.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Kim S.-H. et al.* Simulation of Temperature Profile and Moisture Loss of Fresh Cucumber Fruit and Visualization of Commercial Storage Duration // Food Sci. Technol. Res. 2020. Vol. 26, № 4. P. 459–468.

[2] *Xin L. et al.* Simulation of Heat and Moisture Coupling Transfer Characteristics of Grain Pile Drying Process Based On DEM-CFD. 2023.

[3] *Sheng C., Yao C.* Review on Self-Heating of Biomass Materials: Understanding and Description // Energy & Fuels. 2022. Vol. 36, № 2. P. 731–761.

[4] *Wei J., Yao C., Sheng C.* Modelling Self-Heating and Self-Ignition Processes during Biomass Storage // Energies. 2023. Vol. 16, № 10. P. 4048.

[5] *Fedosov S. et al.* Явления массопереноса в системе «цементный раствор-композитная пластиковая арматура» на стадии структурообразования композита // Sci. J. “ACADEMIA. Archit. Constr. 2020. № 1. P. 118–123.

[6] *Лыков А.В., Михайлов Ю.А.* Теория тепло– и массопереноса. Москва: Госэнергоиздат, 1963. 536 p.

[7] *Ravshanov N., Shadmanov I.U.* Multidimensional model of heat-moisture transport in porous media // J. Phys. Conf. Ser. 2020. Vol. 1546. P. 012098.

[8] *Ravshanov N., Shadmanov I.U., Kravets O.J.* Mathematical model for the study and prediction of a porous body thermal state // IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng. 2019. Vol. 537, № 2. P. 022024.

[9] *Van Belleghem M. et al.* Validation of a coupled heat, vapour and liquid moisture transport model for porous materials implemented in CFD // Build. Environ. 2014. Vol. 81. P. 340–353.

[10] *Kjelstrup S. et al.* Non-isothermal Transport of Multi-phase Fluids in Porous Media. The Entropy Production // Front. Phys. 2018. Vol. 6.

[11] *Khan F.A., Straatman A.G.* A conjugate fluid-porous approach to convective heat and mass transfer with application to produce drying // J. Food Eng. 2016. Vol. 179. P. 55–67.

[12] *Zheng J. et al.* Pore structure reconstruction and moisture migration in porous media // Fractals. 2014. Vol. 22, № 03. P. 1440007.

[13] *Sabet S. et al.* Numerical determination of interfacial heat transfer coefficient for an aligned dual scale porous medium // Int. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow. 2018. Vol. 28, № 11. P. 2716–2733.

[14] *Chen X. et al.* A new matrix for multiphase couplings in a membrane porous medium // Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. 2018. Vol. 42, № 10. P. 1144–1153.

[15] *Praswanto D.H. et al.* Heat Flux Condensation on Coconut Shell Activated Charcoal Porous Media // J. Sci. Appl. Eng. 2020. Vol. 3, № 2.

[16] *Петров И.Б.* Simulation of Dynamic Processes in Deformable Medium with the Grid-Characteristic Approach // Успехи кибернетики / Russ. J. Cybern. 2021. № 2. P. 74–81.

Поступила в редакцию 18.01.2025

Цитирование: *Шадманов И.У.* (2025). Численный алгоритм решения многомерной математической модели процессов тепло- и влагопереноса в неоднородных пористых тел с учетом давления. *Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросов Цифровых Технологий*, 8(1), –С. 58-78. https://doi.org/10.62132/ijdt.v8i1.233.

NUMERICAL ALGORITHM FOR SOLVING A MULTIDIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL OF HEAT AND MOISTURE TRANSFER PROCESSES IN HETEROGENEOUS POROUS BODIES TAKING INTO ACCOUNT PRESSURE

Shadmanov I.U.[1]

[1] Bukhara State University, Bukhara, Uzbekistan

i.u.shadmanov@buxdu.uz

Abstract. In this article developed a numerical algorithm for solving a multidimensional mathematical model of joint heat and moisture transfer processes in heterogeneous porous bodies shaped as rectangular parallelepipeds. The model takes into account internal heat and moisture release, as well as heat and moisture exchange through the surfaces of the porous body with the environment. The developed numerical algorithm has the second order of accuracy in time and space variables for solving problems of joint heat and moisture transfer during storage and drying of heterogeneous porous bodies, which are used for research, forecasting, and making management decisions, which is an urgent problem in the processes of storage and processing of agricultural products and raw materials. The spatial and temporal dependencies of the distribution of temperature, humidity, and pressure inside a heterogeneous porous body are obtained.

Keywords: mathematical model, numerical algorithm, heat transfer, moisture transfer, internal heat and moisture release, pressure, heterogeneous porous body.