

UDK 528.2, 912

YER YUZASINING CHEGARA UZUNLIGINI FRAKTAL O'LCHOVLAR USULI YORDAMIDA ANIQLASH

Anarova Sh.A.¹, Saidkulov E.A.², Abatov Sh.A.²

¹ Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti,
Toshkent, O'zbekiston

² Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
Samarqand filiali, Samarqand, O'zbekiston
elyorsantiut9977@gmail.com

Annotatsiya. *Fraktal shakllarning muhokamasiga kirishishdan oldin, fraktallarning ayrim asosiy xususiyatlarini va tabiiy geografiya sohasiga aloqadorligini bayon qilish kerak. Ma'lumki, fraktallar o'ta murakkab shakllarga ega bo'lib, ular fraktal g'oyalarni va haqiqiy hayotiy dasturlarni tushunish uchun muhim bo'lgan noyob obyektlardan tashkil topadi. Turli chegara hududlarini fraktal o'lchov bilan tavsiflanishi mumkin. Biroq tasvir ma'lumotlari cheklangan bo'lsa, chegaralarning fraktal o'lchovlarini muntazam ravishda hisoblash birmuncha murakkab. Ammo chegara o'lchovi ba'zan taqriban hisoblanadi. Ushbu maqola fraktallar nazariyasiga asoslangan tadqiqotlar yordamida chegara o'lchovlarini hisoblash uchun bir qator amaliy sonli modellarni ishlab chiqishga qaratilgan. Bundan tashqari, chegara o'lchovi va shakl indeksleri hamda masshtablash o'rtasidagi bog'liqlik va farqlarni ko'rish mumkin.*

Kalit so'zlar: *fraktal, fraktal o'lchov, geometrik o'lchov, masshtab, xarita, muntazam uchburchaklar.*

I. KIRISH

Fraktal xususiyatli obyektlar fraktal o'lchovga ega bo'lib, ushbu tushunchaning asosiy va muhim yondashuvi geometrik o'lchov munosabatlaridir. Yevklid fazosidagi geometrik o'lchov munosabatlari o'lchov izchilligi va prinsipidan kelib chiqadi, fraktal o'lchov (masalan, uzunlik) boshqa o'lchovga (masalan, maydon)ga proporsional emas, ya'ni ular bir xil fazoviy o'lchovga ega emas. O'lchov bir xilligi prinsipidan biz Yevklid geometrik o'lchov munosabatlarini olishimiz mumkin [4], bu fraktal geometrik o'lchov munosabatiga umumlashtirilishi mumkin. Fraktal o'lchov munosabatlaridan fraktal o'lchov va xaritada masshtab ko'rsatkichlari olinadi. Xaritada masshtablash munosabati umumlashtirilgan fraktal o'lchov munosabati sifatida qaraladi va bu bilan birga turli xil geometrik o'lchov munosabatlari orasida umumiylik mavjud bo'lib, ikki o'lchovli fazoga kiritilgan o'ziga o'xshash shakllarning chegaraviy o'lchovini olish uchun foydalaniladi [7]. Sirtlarning chegara uzunligini masshtablash parametri va chegara o'lchovi fraktal o'lchov munosabatlaridan olinishi mumkin [1-5]. Agar yetarlicha ma'lumotlar mavjud bo'lsa, turli fraktal parametrlarni hisoblay olamiz. Biror hudud chegarasini misol qilib oladigan bo'lsak, katakchalar usulidan foydalanilgan holda fazoviy tuzilmani o'rganish va fraktal o'lchov yordamida hududning kengayish darajasini aniqlash maqsadga muvofiq [2, 8]. Agar

hududning chegara uzunligini aniqlash uchun yetarli ma'lumot mavjud bo'lmasa, u holda chegara uzunligini fraktal o'lchovini aniqlash orqali hisoblaymiz. Yevklid fazosiga murojaat qilib, fraktal o'lchovni hisoblashning bir qator formulalarini qurish mumkin. Bunda olingan hudud tasvirini oddiy uchburchak, kvadrat, muntazam olti burchak va doira shaklli qismlarga bo'lib, fraktal o'lchov aniqlanadi [1, 5-7].

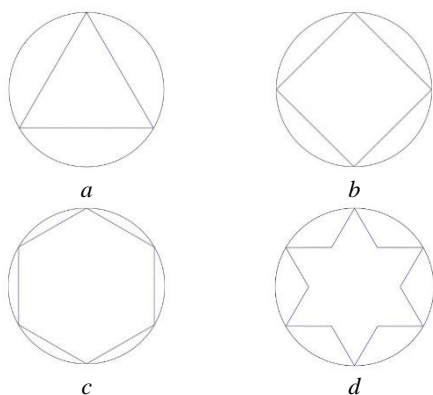
II. METODOLOGIYA

Ma'lumki [3,4,9,10], taqribiy sonli modellarga asoslangan fraktal o'lchov qiymatlari aslida fraktal ko'rsatkichlar bo'lib, tegishli ma'lumotlar yo'qligi sharti bilan fraktal o'lchovni almashtirish uchun ishlatiladi. Bunda notekis obyektning chegara chizig'i yopiq prefraktal egri chiziq hisoblanadi. Prefraktal fraktalga o'xshash obyekt bo'lib, u haqiqiy fraktal emas. Haqiqiy fraktallarda chiziqning uzunligi cheksizdir. Agar shahar konverti kabi tartibsiz chegara haqiqiy fraktal egri chiziq bo'lsa, fraktal ko'rsatkichlar va shakl indeksleri uchun oddiy formulani keltirib bo'lmaydi. Prefraktallardan olingan aniqliklardan foydalanib, berilgan mos yozuvlar shaklidan chegara o'lchovining bir qancha taxminiy sonli modellarini topishimiz mumkin. Yo'naltiruvchi shakllar ikki o'lchovli Yevklid fazosida aniqlangan muntazam geometrik figuralarning ba'zi turlari quyidagi doira, muntazam uchburchak, kvadrat, muntazam olti burchakli va

muntazam yulduzsimon shakllarda bo'lishi mumkin (1-rasm). Uchburchakni Yevklid geometriyasining asosiy shakli deb hisoblaymiz. Kvadratchalar, to'rtburchaklar, trapezoidlar, doiralar, ellipslar va tartibsiz shakllarni o'z ichiga olgan barcha geometrik shakllarni uchburchaklarga qisqartirish maqbul hisoblanadi. Shunday qilib tartibsiz chegaralar uchun fraktal o'lchovlarni aniqlashning birinchi formulasi muntazam uchburchaklardan foydalanish tartibi keltirilgan bo'lib bunda tomon uzunligi r bo'lgan teng tomonli uchburchak uchun A maydoni va perimetri P quyidagicha ifodalanishi mumkin [2]:

$$A = \frac{\sin(\pi/3)}{2} r^2, \quad (1)$$

$$P = 3r. \quad (2)$$



1-rasm. Fraktal o'lchovlarni aniqlashda qo'llanilgan to'rtta (a) uchburchak, (b) kvadrat, (c) olti burchak va (d) yulduzsimon belgilar.

Notekis chegaralarning fraktal o'lchovining formulalarini ishlab chiqish uchun to'rtta (a) uchburchak, (b) kvadrat, (c) olti burchak va (d) yulduzsimon belgilar olingan. Bu shakllardagi doiralar standart doiralar bo'lib ulardan biz chegara o'lchovining taxminiy formulalarini va shakl indeksleri uchun qiymatlar olishimiz mumkin [6-10].

Shunday qilib maydoni A va perimetri P o'rtasidagi geometrik o'lchov munosabatlarida birinchi va ikkinchi formulani birlashtirib r ni yo'qotib olamiz:

$$r = \left(\frac{2A}{\sin(\pi/3)} \right)^{1/2} = \frac{P}{3}. \quad (3)$$

Faraz qilaylik, uchta Yevklid tomoni uchta fraktal chiziq bilan almashtirildi va bu chiziqlarning fraktal o'lchovi D bo'lsin. Bunday holda, muntazam shakl tartibsiz shaklga o'zgaradi. Shunday qilib, Yevklid geometrik o'lchovni aniqlovchi uchunchi formulaning fraktal

geometrik o'lchov munosabati bilan almashtirilishi kerak:

$$\left(\frac{2A}{\sin(\pi/3)} \right)^{1/2} = \left(\frac{P}{3} \right)^{1/D}, \quad (4)$$

bu yerda D chegara chizig'ining fraktal o'lchovini bildiradi. (4)-formuladan foydalanib obyektning chegara chiziqlarining fraktal o'lchovini aniqlash formulasini quyidagi tarzda yozib olinadi,

$$D = \frac{2 \ln \left(\frac{P}{3} \right)}{\ln \left(\frac{2A}{\sin(\pi/3)} \right)} = \frac{2 \ln \left(\frac{P}{3} \right) \left(\frac{P}{3} \right)}{\ln \left(\frac{4A}{\sqrt{3}} \right)}. \quad (5)$$

Agar olingan obyektning shakli uchburchakka o'xshash bo'lsa chegara chizig'ining fraktal o'lchamini (5) bilan aniqlash mumkin.

(2) ni kvadrat asosida qurish imkoni mavjud. Kvadrat oddiy va muntazam bo'lib, agar tomon uzunligi r ma'lum bo'lsa, uning maydoni A va perimetri P ni hisoblash oson. Maydon va perimetr formulalari quyda berilgan:

$$A = r^2, \quad (6)$$

$$P = 4r. \quad (7)$$

(6)-(7) larni birlashtirish natijasida A maydoni va P perimetri o'rtasidagi geometrik o'lchov munosabati quyidagicha hosil qilinadi

$$r = A^{1/2} = \frac{P}{4}, \quad (8)$$

bunda kvadrat tomonlari D fraktal o'lchovli fraktal chiziqlar bilan almashtirilsa, geometrik o'lchov munosabati esa yuqoridagi (8) bilan almashtiriladi

$$A^{1/2} = \left(\frac{P}{4} \right)^{1/D}. \quad (9)$$

(9) dan fraktal o'lchovni aniqlashda unga quyidagicha o'zgartirishi kiritish mumkin,

$$D = \frac{2 \ln \left(\frac{P}{4} \right)}{\ln(A)}. \quad (10)$$

Agarda tabiiy obyektning shakli kvadratga o'xshash bo'lsa chegara o'lchamini (10) bilan aniqlash mumkin.

Muntazam olti burchaklar geometrik obyektlarda bir-biriga yaqin obyektning fraktal

o'lchovini aniqlash maqsadga muvofiq. Tomon uzunligi r bo'lgan muntazam olti burchakli A maydoni va perimetri P ni quyidagi tenglamalar bilan hisoblash mumkin:

$$A = 3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) r^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2, \quad P = 6r. \quad (11)$$

(11) dan geometrik o'lchov munosabatini olishimiz mumkin, masalan:

$$r = \left(\frac{2A}{3\sqrt{3}}\right)^{1/2} = \left(\frac{A}{3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}\right)^{1/2} = \frac{P}{6}. \quad (12)$$

Olti burchakning Yevklid tomonlarini fraktal chegara chiziqlari bilan almashtirib (12) ni quyidagi tarzda fraktal o'lchov munosabatiga aylantirishimiz:

$$r = \left(\frac{2A}{3\sqrt{3}}\right)^{1/2} = \left(\frac{A}{3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}\right)^{1/2} = \left(\frac{P}{6}\right)^{1/D}. \quad (13)$$

(13) dan fraktal o'lchovni baholash formulasini quyidagi tarzda olish mumkin,

$$D = \frac{2 \ln\left(\frac{P}{6}\right)}{\ln\left(\frac{2A}{3\sqrt{3}}\right)} = \frac{2 \ln\left(\frac{P}{6}\right)}{\ln\left(\frac{A}{3 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}\right)}. \quad (14)$$

Demak, tabiiy tizimning shakli olti burchakka o'xshash bo'lsa chegara o'lchoviini (14) asosida aniqlaymiz.

Yulduzsimon shakllar geometrik obyektlarda bir-biriga yaqin obyektning fraktal o'lchovini aniqlash mumkin. Tomon uzunligi r bo'lgan muntazam olti burchakli A maydoni va perimetri P ni quyidagicha hisoblaymiz:

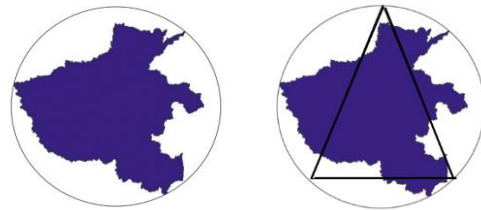
$$A = 6 \sin(\pi/3) r^2, \quad P = 12r. \quad (15)$$

III. MASALANING YECHILISHI

Tanlangan obyektning birinchi usuldagi doirani uchburchak bilan qoplaganimizda A maydoni, P perimetri va D fraktal o'lchovni aniqlash (2-rasm).

Hisoblashlar natijasida olingan obyektning birinchi usuldagi doirani uchburchak bilan qoplaganda va $r=2$ deb taqribiy qiymat berilganda

quyidagi natijalarni olishimiz mumkin. Bunda A maydoni (1) ga asosan aniqlanadi.



2-rasm. Obyektning uchburchak bilan qoplash.

$$A = \frac{\sin(\pi/3)}{2} * 2^2 = 1,732050,$$

bunda $A=1.732050$ maydon o'lchami aniqlandi, Keyingi qadamda P ni (2) asosida quyidagicha aniqlashimiz:

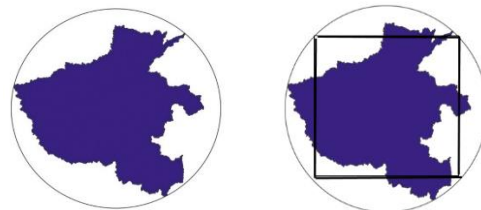
$$P = 3 * r = 3 * 2 = 6,$$

bu yerda, perimetr $P=6$ ligi aniqlandi, endi biz fraktal o'lchov D ni (10) formula asosida quyidagicha aniqlashimiz mumkin:

$$D = \frac{2 \ln\left(\frac{6}{4}\right)}{\ln(\sqrt{3})} = 1.0950,$$

bu yerda notekis hududning chegara chizig'i fraktal chiziq xususiyatiga ega ekanligi aks ettirilgan, buning yordamida biz turli obyektning fraktal o'lchovini aniqlashimiz mumkin bo'ladi.

Tanlangan obyektning ikkinchi usuldagi doirani to'rtburchak bilan qoplaganimizda A maydoni, P perimetri va D fraktal o'lchovni aniqlash (3-rasm).



3-rasm. Obyektning to'rtburchak bilan qoplash.

Hisoblashlar natijasida olingan obyektning ikkinchi usuldagi doirani kvadrat bilan qoplaganda va $r=2$ deb taqribiy qiymat berilganda quyidagi natijalarni olishimiz mumkin. Bunda A maydoni (6) ga asosan hisoblaymiz:

$$A = r^2 = 4.$$

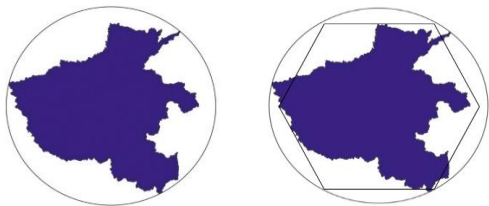
Keyingi qadamda P perimetrni (7) asosida quyidagicha aniqlashimiz mumkin:

$$P = 4 * r = 8,$$

hamda draktal o'lchov D ni (10) asosida aniqlashimiz,

$$D = \frac{2 \ln\left(\frac{8}{4}\right)}{\ln(A)} = 1,38629436112.$$

Tanlangan obyektning uchinchi usuldagi doirani olti burchaklar bilan qoplaganimizda A maydoni, P perimetri va D fraktal o'lchovni aniqlash (4-rasm).



4-rasm. Obyektning olti burchak bilan qoplash.

Hisoblashlar natijasida olingan obyektning uchinchi usuldagi doirani olti burchak bilan qoplaganda va $r=2$ deb taqribiy qiymat berilganda quyidagi natijalarni olishimiz mumkin. Bunda A maydoni (11) asosida aniqlanadi,

$$A = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2 = 10,3923048454,$$

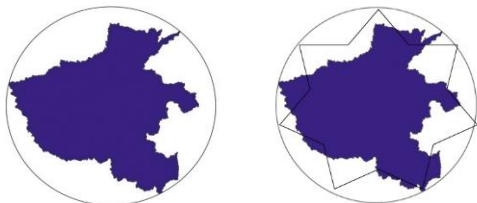
keyingi qadamda P perimetrni ham (11) asosida quyidagicha aniqlashimiz mumkin:

$$P = 6 * r = 12,$$

va fraktal o'lchov D ni (14) asosida quyidagicha aniqlashimiz mumkin:

$$D = \frac{2 \ln\left(\frac{P}{4}\right)}{\ln(A)} = 1,88422821739.$$

Obyektning to'rtinchi usulda doirani yulduzsimon shakllar bilan qoplaganimizda A maydoni, P perimetri va D fraktal o'lchovni aniqlash (5-rasm).



5-rasm. Obyektning yulduzsimon shakllar bilan qoplash.

Hisoblashlar natijasida olingan obyektning to'rtinchi usuldagi doirani yulduzsimon shakllar bilan qoplaganda va $r=2$ deb taqribiy qiymat berilganda quyidagi natijalarni olishimiz mumkin, bunda A maydon (15) formulaga asosan aniqlanadi.

Hisoblashlar natijasida olingan obyektning to'rtinchi usuldagi doirani yulduzsimon shakl bilan qoplaganimizda maydon $A=16964.4369$, perimetri $P=280.9643$ va fraktal o'lchovi $D=1.7965$ ekanligi aniqlandi.

IV. XULOSA

Fraktal o'lchov indeks sifatida har xil fraktal o'lchovlarning bir-biriga mos kelmaydigan natijalari saqlanib qolgan bo'lsa ham, geologiyada

keng qo'llanilgan. Bunday nomuvofiqliklar fraktal o'lchovlarga nisbatan qo'llaniladigan turli xil tanlov strategiyalarining natijasi bo'lishi mumkin. Tabiatdagi fraktallar shunchalik murakkab va tartibsizki, ularni klassik geometriya shakllari yordamida modellashtirish imkonsiz. Fraktallar nazariyasini tadqiq qilishda matematik jihatlarini tahlil qilish, shuningdek, tabiiy jarayonlar va hodisalarni fraktallar nazariyasi g'oyalaridan foydalanib tavsiflash usullariga alohida e'tibor qaratilmoqda. Ayniqsa fraktallarning tenglamalarini qurishda, kompyuter grafikasi usullari va tizimlaridan keng foydalanilmoqda. Shuning bilan birga murakkab fraktal tuzilishli obyektlarni geometrik modellari va algoritmlarini, hamda ularni vizuallashtirish usullarini ishlab chiqish muhim vazifalardan biri hisoblanadi. Maqolada fraktal xarakterini o'lchash uchun fraktal xususiyatlarini aniq ko'rsatadigan o'lchov ma'lumotlarini tahlil qiluvchi uchburchaklar, to'rtburchaklar, olti burchaklar hamda yulduzsimon usullarining har biri bo'yicha fraktal o'lchovni aniqlashning bir-biridan farq qiluvchi algoritmlari taqdim etilib, o'zaro taqqoslash orqali amaliy qo'llashda tavsiyalar berildi. Masshtablangan xarita yordamida olingan hudud chegarasi uzunligi hamda fraktal o'lchovi hisoblab chiqildi. Bu usul sun'iy yo'ldosh tasvirlari kabi yuqori murakkablikdagi yuzalar uchun juda yaxshi natijalarni ko'rsatadi.

ADABIYOTLAR

- [1] Orey, S. Gaussian sample functions and the Hausdorff dimension of level crossings. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw Gebiete* 15, 249–256 (1970). <https://doi.org/10.1007/BF00534922>,
- [2] Levy, P. (1953), *Random Functions: A General Theory with Special Reference to Laplacian Random Functions*, University of California Publications in Statistics, 1, pp. 331-390.
- [3] Mandelbrot, B.; van Ness, J.V. (1968), "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications", *SIAM Review*, 10(4): 422–437
- [4] Anarova Sh., Ibrokhimova Z., Berdiev G. An Algorithm for Constructing Equations of Geometry Fractals Based on Theories of R-functions. // Published in: 2020 4th International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies (ISMSIT) INSPEC Accession number:20116939 DOI:10.1109/ISMSIT 50672.2020.9254635.–P.192-196.
- [5] Anarova, S.A., Ibrokhimova, Z.E. Methods of Constructing Equations for Objects of Fractal Geometry and R-Function

- Method //Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics) this link is disabled, 2022, 13184 LNCS, P.425-436.
- [6] Anarova Sh.A., Saidkulov E.A. Calculating Boundaries in Methods of Determination of Fractal Dimension. //5th International Symposium on Multidisciplinary Studies and Innovative Technologies (ISMSIT). 21-23 Oct. 2021 Ankara, Turkey. DOI:10.1109/ISMSIT 52890.2021.9604586.
- [7] Anarova Sh.A., Sadullayeva Sh.A., Berdiyev G'R. Murakkab fraktal tuzilishli me'moriy obyektlarni R-funksiya va L-tizimlari usullari asosida geometrik modelashtirish. TAQI «Arxitektura, qurilish va dizayn» ilmiy-amaliy jurnali. Toshkent – 2021. № 2(16). –B. 93-97.
- [8] Marstrand, J. M. (1954). "The dimension of Cartesian product sets". Proc. Cambridge Philos. Soc. 50 (3): 198–202
- [9] Schleicher, Dierk (June 2007). "Hausdorff Dimension, Its Properties, and Its Surprises". The American Mathematical Monthly. 114 (6): 509-528.
- [10] Jencks Ch. New science = new architecture//Architect. Design. 1997. Vol. 67. NN 9/10.– P.7-11.
- Поступила в редакцию 02.02.2024

Citation: Anarova, S., Saidkulov, E., & Abatov, S. (2024). Yer yuzasining chegara uzunligini fraktal o'Ichovlar usuli yordamida aniqlash. Международный Журнал Теоретических и Прикладных Вопросы Цифровых Технологий, 7(1), 107–111. <https://doi.org/10.62132/ijdt.v7i1.171>

DETERMINING THE LENGTH OF THE EARTH'S SURFACE BOUNDARY USING THE FRACTAL MEASUREMENT METHOD

Anarova Sh.A.¹, Saidkulov E.A.², Abatov Sh.A.²

¹ Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Tashkent, Uzbekistan

² Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan
elyorsamtiut9977@gmail.com

Abstract. Before moving on to a discussion of fractal shapes, it is necessary to indicate some basic properties of fractals and their significance for the field of natural geography. It is known that fractals have very complex shapes, which are unique objects that are important for understanding fractal ideas and their practical applications. Various boundary regions can be characterized by fractal dimensions. However, when image data is limited, systematically calculating the fractal dimensions of boundaries is somewhat difficult. But the measure of the boundary is sometimes approximate. This paper is devoted to the development of a series of practical numerical models for calculating threshold measurements using research based on fractal theory. You can also see the relationships and differences between border sizes, shape indices, and scaling.

Keywords: fractal, fractal dimension, geometric dimension, scale, map, regular triangles.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ГРАНИЦЫ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МЕТОДОМ ФРАКТАЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Анарова Ш.А.¹, Саидкулов Э.А.², Абатов Ш.А.²

¹ Ташкентский университет информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Ташкент, Узбекистан

² Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Ташкент, Узбекистан
elyorsamtiut9977@gmail.com

Аннотация. Прежде чем перейти к обсуждению фрактальных форм, необходимо указать некоторые основные свойства фракталов и их значение для области естественной географии. Известно, что фракталы имеют очень сложные формы, которые являются уникальными объектами, важными для понимания фрактальных идей и их практического применения. Различные граничные области могут характеризоваться фрактальными измерениями. Однако, когда данные изображения ограничены, систематическое вычисление фрактальных размеров границ несколько затруднительно. Но мера границы иногда бывает приближительной. Данная статья посвящена разработке ряда практических численных моделей для расчета пороговых измерений с использованием исследований, основанных на теории фракталов. Кроме того, можно увидеть взаимосвязь и различия между размерами границ, индексами формы и масштабированием.

Ключевые слова: фрактал, фрактальное измерение, геометрическое измерение, масштаб, карта, правильные треугольники.