

UDK 519.8

TO‘LIQ ANIQLANMAGAN MANTIQUIY FUNKSIYALARNI MINIMALLASHTIRISH UCHUN TAKOMILLASHTIRILGAN MAK-KLASKI USULI

Abdirofiyev N.¹

¹ Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti, Samarqand, O‘zbekiston
abdirofiyev.n@gmail.com

Annotatsiya. Mazkur ishda mantiqiy funksiyani minimallashtirishning Mak-Klaski algoritmini to‘liq aniqlanmagan funksiyani minimal dizyunktiv normal shaklini aniqlashga tadbiiq qilish uchun takomillashtirilgan usul berilgan. To‘liq aniqlanmagan funksiyani davom ettirish uchun, funksiya 1 qiymatlari va 0 qiymatlariga mos maksimal intervallar hosil qilingan va ular uchun farqlar jadvali tuzilib max-min usulida tupikli dizyunktiv normal shakl konyunksiyalari hosil qilingan. Mazkur ishda usulni amalda tadbiiqi misol orqali bayon etilgan. Ishing natijalaridan to‘liq aniqlanmagan mantiqiy tuzilmalarni analizi va sintezi masalalarida qo‘llash mumkin.

Kalit so‘zlar: Qisman aniqlangan funksiya, dizyunktiv normal shakl, mantiqiy funksiya, funksiyani minimal dizyunktiv normal shakli, elementar konyunksiyalar, farqlash jadvali, Mak-Klaski algoritmi.

I. KIRISH

Kompyuter texnologiyalari, kompyuter va telekommunikatsiya tarmoqlari, mobil aloqa, raqamli boshqaruv tizimlari, o‘rnatilgan boshqaruv tizimlari, multimedia texnologiyalari, audio-video uskunalar va tegishli dasturiy ta‘minot, tibbiy asbob-uskunalar va boshqa ilmiy-texnik sohalarning jadal rivojlanishi raqamli va diskret tizimlarni modellashtirish va loyihalash uchun tegishli rasmiy usullarni yaratish ehtiyojini tug‘dirmoqda. Shubhasiz, vaqt o‘tishi bilan kompyuterlar, kompyuter tizimlari va tarmoqlari, axborot texnologiyalari, shuningdek, dasturlash vositalari va texnologiyalarini rivojlantirish uchun noaniqlikni hal qilish modellari va vositalarining ahamiyati oshadi. Shuningdek, kompyuterlar va dasturlash tillari yaqin kelajakda qisman aniqlangan hisob-kitoblarni spetsifikatsiya qilish va amalga oshirish uchun paydo bo‘lishini mantiqiy va bashorat qilish mumkin [2].

Shuningdek, o‘nlab yillar davomida noaniqlikni tavsiflash va qo‘llash bo‘yicha tadqiqotlar asosan mantiqiy sxemalarni loyihalash texnologiyalarining rivojlanishi bilan parallel ravishda rivojlandi [2].

Mak-Klaski usuli dastlab to‘liq aniqlangan mantiqiy funksiyalar uchun ishlab chiqilgan. Keyinchalik usul to‘liq aniqlanmagan funksiyalarga kengaytirildi. To‘liq aniqlanmagan mantiqiy funksiya φ minimallashtiriladigan chinlik jadvali bilan ifodalanadi. Usul uch bosqichni o‘z ichiga oladi:

- φ funksiyasini mantiqiy f funksiyaga kengaytirish, barcha dc qiymatlarini 1 qiymatiga almashtirish;

- oldindan aniqlangan chinlik jadvali bilan tasvirlangan qisqartirilgan dizyunktiv normal shakl (QDNSH) mukammal dizyunktiv normal shakldan qisqartirilgan dizyunktiv normal shaklni (SCDNF) qurish;

- Mak-Klaski matritsasini qurish va QDNSH ning oddiy implikantlari bilan φ funksiyasi tarkibiy qismlarining minimal qoplanishini topish [2].

Qaralayotgan ishda mantiqiy funksiyani miniallashtirishning Mak-Klaski algoritmini to‘liq aniqlanmagan funksiyani minimal dizyunktiv normal shaklini aniqlashga tadbiiq qilish uchun takomillashtirilgan usul keltiriladi hamda usulning amaldagi tadbiiqi misol yordamida keltirib o‘tiladi.

II. MASALA QO‘YILISHI VA UNI YECHISH USLUBI

2.1. Masalaning qo‘yilishi. Bizga 1-jadval ko‘rinishda to‘liq aniqlanmagan $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiya qiymatlar jadvali berilgan bo‘lsin.

1-jadval. To‘liq aniqlanmagan $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiya qiymatlar jadvali

x_1, x_2, \dots, x_n	$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$
0 0 ... 0	α_1
0 0 ... 1	α_2
...
...
...
1 1 ... 1	α_{2^n}

bu erda, $\alpha_i \in \{0, 1, -\}$.

Birlik I_a interval maksimal deyiladi uni qamrab oluvchi boshqa I_b interval mavjud bo‘lmasa [1-3].

f funksiyani maksimal birlik intervaliga mos keluvchi konyunksiyasi oddiy implikanta deyiladi [1-3].

Barcha oddiy implikantalar dizyunksiyasidan iborat dizyunktiv normal shaklga (DNSh) qisqartirilgan DNSh deyiladi [1-3].

Quyidagi xususiyatlarga ega to'liq aniqlanmagan $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyani ko'rib chiqamiz:

1. O'zgaruvchilar soni n yetarlicha katta;
2. funksiyaning birlik qiymatlar to'plami V_1 va nol qiymatlar to'plami V_0 larning birlashmasi quvvati 2^n dan ancha kichik;
3. funksiyaning birlik qiymatlar to'plami V_1 va nol qiymatlar to'plami V_0 ikkilik intervallar ko'rinishda berilgan.

$k\bar{x} \vee kx = k$ birlashtirish va $k \vee k = k$ idempotentlik amallarini qo'llab V_1 to'plam uchun $\beta_1, \dots, \beta_{p_1}$ va V_0 to'plam uchun $\gamma_1, \dots, \gamma_{p_2}$ maksimal intervallarni aniqlaymiz.

Quyidagicha aniqlangan funksiyani minimal DNSh sini aniqlash masalasini ko'ramiz:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & \beta_1, \dots, \beta_{p_1} \text{ int ervallarda} \\ 0 & \gamma_1, \dots, \gamma_{p_2} \text{ int ervallarda} \end{cases}$$

bu yerda

$$\beta_i \in \{0, 1-\}, i = \overline{1, p_1}, \quad \gamma_j \in \{0, 1-\}, j = \overline{1, p_2},$$

2.2. Masalani yechish uslubi. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyani minimal DNSh sini aniqlash uchun farqlash jadvalini tuzamiz (2-jadval). Funksiyani minimal DNSh sini aniqlash farqlash jadvalida satrlar bilan ustunlarni qoplash masalasiga keltiriladi.

Farqlash jadvalida satrlari x_1, x_2, \dots, x_n ko'rinishida belgilangan $\beta_i (i = \overline{1, p_1})$ intervallarning har biri uchun quyidagi farqlar jadvalini tuzamiz [4,6,7,9].

2-jadval. $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyani minimal DNSh sini aniqlash uchun farqlash jadvali

Birlik intervallar	1	2	...	P_2
$(x_1)\beta_i^{(1)}$	r_{11}	r_{21}	...	$r_{p_2,1}$
$(x_2)\beta_i^{(2)}$	r_{12}	r_{22}	...	$r_{p_2,2}$
...
....
....
$(x_2)\beta_i^{(2)}$	r_{1n}	r_{2n}	...	$r_{p_2,n}$

$$\begin{aligned} 0 \oplus 0 &= 0, & 0 \oplus 1 &= 1, & 1 \oplus 0 &= 1, \\ 1 \oplus 1 &= 0, & 0 \oplus - &= 0, & 1 \oplus - &= 0, & (1) \\ - \oplus 0 &= 0, & - \oplus 1 &= 0, & - \oplus - &= 0. \end{aligned}$$

Qoidaga asosan farqlash jadvalining elementlari $r_{j,l} = \beta_i^{(l)} + \beta_j^{(n)}$; $i = \overline{1, p_1}$, $j = \overline{1, p_2}$, $l = \overline{1, n}$ larni hosil qilamiz [2, 3].

Farqlash jadvalidagi satrlar bilan ustunlarni qoplash algoritmini qo'llaymiz. Jadvalning ustunlarini qoplashda ishtirok etmagan satrlarini o'chiramiz. Qoplash bir necha variantda bo'lishi mumkin. Har bir variantda o'chirilmagan satrlar

elementlaridan $x^\sigma = \begin{cases} \bar{x}, & \sigma = 0 \\ x, & \sigma = 1 \end{cases}$ qoidaga ko'ra

$x_1^{\sigma_1} \wedge x_2^{\sigma_2} \wedge \dots \wedge x_{p_1}^{\sigma_{p_1}}$ konyunksiyalar tuzamiz. Bu jarayon i va j -ning barcha qiymatlari uchun takrorlanadi.

III. HISOBLASH TAJRIBALARI NATIJALARI

Har bir qadamda hosil qilingan elementar konyunksiyalar dizyunksiyasi funksiyaning tupikli DNShsi bo'ladi. DNShdagi elementar konyunksiyalarga ko'ra berilgan to'liq aniqlanmagan funksiya jadvalini tiklash mumkin.

Misol.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= (10-01100-1100-1), \\ n &= 4, \quad 2^n = 16. \end{aligned}$$

x_1, x_2, x_3, x_4	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0 0 0 0	1
0 0 0 1	0
0 0 1 0	-
0 0 1 1	-
0 1 0 0	0
0 1 0 1	1
0 1 1 0	1
0 1 1 1	0
1 0 0 0	0
1 0 0 1	-
1 0 1 0	1
1 0 1 1	1
1 1 0 0	0
1 1 0 1	0
1 1 1 0	-
1 1 1 1	1

Berilgan funksiyaning qiymatlar to'plamini qism to'plamlari:

$$V_1 = \{0000, 0101, 0110, 1010, 1011, 1111\}$$

$$V_0 = \{0001, 0100, 0111, 1000, 1100, 1101\}$$

Dastlab V_1 to'plamni maksimal intervallarini aniqlaymiz:

$$\begin{array}{l} \underline{0000} * \\ 0101 * \\ 0110 * \\ \underline{1010} \\ \underline{1011} \\ 1111 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 0000 \\ 0101 \\ 0110 \\ 101- \\ 1-11 \end{array} \right.$$

V_0 to'plamni maksimal intervallarini aniqlaymiz:

$$\begin{array}{l} 0001 * \\ 0100 \\ \underline{1000} \\ \underline{1100} \\ 0111 * \\ \underline{1101} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 0111 \\ 0001 \\ -100 \\ 1-00 \\ 110- \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} 0110 \beta_1 \\ 1011 \beta_2 \\ 101- \beta_3 \\ 1-11 \beta_4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 0111 \gamma_1 \\ 0001 \gamma_2 \\ -100 \gamma_3 \\ 1-00 \gamma_4 \\ 110- \gamma_5 \end{array} \right.$$

(1) asosida V_1 va V_0 to'plamlar maksimal intervallarini farqlovchi amallarni bajaramiz.

V_1 ning birinchi elementi va V_0 ning birinchi elementi uchun farqlash jadvali:

$$\begin{array}{ccccc} 0110 & 0110 & 0110 & 0110 & 0110 \\ \underline{0111} & \underline{0001} & \underline{-100} & \underline{1-00} & \underline{110-} \\ 0001 & 0111 & 0010 & 1010 & 1010 \end{array}$$

β_1	1 2 3 4
(x_1) 0	0001
(x_2) 1	0100
(x_3) 1	0111
(x_4) 0	1100

Farqlash jadvaliga ko'ra aniqlangan elementar konyunksiya: $\overline{\overline{x_3 x_4}}$ bo'ldi (jadvalning 3- va 4-satrlari ustunlarni qopladi).

V_1 ning ikkinchi elementi V_0 ning birinchi elementi uchun farqlanish jadvali:

$$\begin{array}{ccccc} 1011 & 1011 & 1011 & 1011 & 1011 \\ \underline{0111} & \underline{0001} & \underline{-100} & \underline{1-00} & \underline{110-} \\ 1100 & 1010 & 0111 & 0011 & 0110 \end{array}$$

β_2	1 2 3 4 5
(x_1) 1	11000
(x_2) 0	10101
(x_3) 1	01111
(x_4) 1	00110

Farqlash jadvaliga ko'ra aniqlangan elementar konyunksiyalar: $x_1 - x_3 -$ va $\overline{\overline{x_2 x_3}}$ (jadvalning 1- va 3-satrlari hamda 2- va 3-satrlari ustunlarni qopladi).

V_1 ning uchinchi elementi V_0 ning birinchi elementi uchun farqlanish jadvali:

$$\begin{array}{ccccc} 101- & 101- & 101- & 101- & 101- \\ \underline{0111} & \underline{0001} & \underline{-100} & \underline{1-00} & \underline{110-} \\ 1100 & 1010 & 0110 & 0010 & 0110 \end{array}$$

β_3	1 2 3 4
(x_1) 1	1100
(x_2) 0	1010
(x_3) 1	0111
(x_4) -	0000

Farqlash jadvaliga ko'ra aniqlangan elementar konyunksiyalar: $x_1 - x_3 -$ va $\overline{\overline{x_2 x_3}}$ (jadvalning 1- va 3-satrlari hamda 2- va 3-satrlari ustunlarni qopladi).

V_1 ning to'rtinchi elementi V_0 ning birinchi elementi uchun farqlanish jadvali:

$$\begin{array}{ccccc} 1-11 & 1-11 & 1-11 & 1-11 & 1-11 \\ \underline{0111} & \underline{0001} & \underline{-100} & \underline{1-00} & \underline{110-} \\ 1000 & 1010 & 0011 & 0011 & 0010 \end{array}$$

β_4	1 2 3 4
(x_1) 1	1100
(x_2) -	0000
(x_3) 1	0111
(x_4) 1	0010

Farqlash jadvaliga ko'ra aniqlangan elementar konyunksiya: $x_1 - x_3 -$ bo'ldi (jadvalning 1- va 3-satrlari ustunlarni qopladi).

Algoritmnı ishlashi natijasida quyidagi DNSh aniqlandi:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_3 \overline{x_4} \vee x_1 x_3 \vee \vee \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3.$$

$$A \vee A = A \text{ qoidani qo'llasak,}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \vee x_1 x_3$$

tupikli DNSh hosil bo'ladi.

Tupikli DNSh elementar konyunksiyalariga mos intervallari.

$$\begin{array}{ccc} \overline{\overline{x_3 x_4}} & x_1 - x_3 - & \overline{\overline{x_2 x_3}} \\ 0010 & 1010 & 0010 \\ 0110 & 1011 & 0011 \\ 1010 & 1110 & 1010 \\ 1110 & 1111 & 1011 \end{array}$$

Bundan ko'rinib turibdiki berilgan funksiyani aniqlanmagan qiymatlarini quyidagicha to'ldirish mumkin:

$x_1 x_2 x_3 x_4$	$f(x_1, x_2, x_3, x_4)$
0 0 0 0	1
0 0 0 1	0
0 0 1 0	1
0 0 1 1	1
0 1 0 0	0
0 1 0 1	1
0 1 1 0	1
0 1 1 1	0
1 0 0 0	0
1 0 0 1	0
1 0 1 0	1
1 0 1 1	1
1 1 0 0	0
1 1 0 1	0
1 1 1 0	1
1 1 1 1	1

Ushbu jarayonni V_0 to'plamning qolgan maksimal intervallari uchun davom ettirib navbatdagi tupikli DNSh ni hosil qilish mumkin.

IV. XULOSA

Mazkur maqolada mantiqiy funksiyani minimallashtirishning Mak-Klaski algoritmini to'liq aniqlanmagan funksiyani minimal dizyunktiv normal shaklini aniqlashga tadbiriq qilish uchun takomillashtirilgan usuli keltirildi. To'liq aniqlanmagan funksiyani davom ettirish uchun, funksiya 1 qiymatlari va 0 qiymatlariga mos maksimal intervallar hosil qilindi va ular uchun farqlar jadvali tuzilib max-min usulida tupikli dizyunktiv normal shakl konyunksiyalari hosil qilish usuli ko'rib chiqildi hamda mazkur usulni amalda tadbiriq misol orqali bayon etildi. Ishning natijalaridan to'liq aniqlanmagan mantiqiy tuzilmalarni analizi va sintezi masalalarida qo'llash mumkin [5,7,8].

ADABIYOTLAR

- [1] E. J. McCluskey Jr, "Minimization of Boolean functions", Bell Syst. Tech. J., Vol. 35, No. 6, pp. 1417-44, Nov. 1956.
- [2] Прихожский А.А. «Частично определен- ные логически системы и алгоритмы». Монография. Минск, БНТУ, 2013.
- [3] N.Abdirofiyev, R.SH.Mamatmurodov, M.Salimova. Метод таблицы различии минимизация слабо определенные булевые функций. // "Zamonaviy axborot, kommunikatsiya texnologiyalari va at-ta'lim tatbiqi muammolari" mavzusidagi respublika ilmiy-amaliy anjumani ma'ruzalar to'plami. 7-8 aprel Toshkent 2023-yil 7-8 aprel, [318-320].
- [4] A. Babadzhanov, E. Urunbaev and I. Saymanov, "Problem of Synthesis of Minimal Forms of Logical Functions," 2022 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT), Tashkent, Uzbekistan, 2022, pp. 1-5, doi: 10.1109/ICISCT55600.2022.10146903.
- [5] Moore E. F., Shannon C.E. Reliable circuits using leas reliable relays. J. Franklin Inst., 262, № 3 (1956) 191-208; n. 4, 281-297. (Мур Э.Ф., Шеннон К. Э. Надежные схемы из ненадежных реле // Кибернетический сборник. Вып. 1. М., 1960, с. 109-148).
- [6] A.Kabulov, A.Baizhumanov, I.Saymanov and M.Berdimurodov, "Algorithms for Minimizing Disjunctions of Complex Conjunctions Based on First-Order Neighborhood Information for Solving Systems of Boolean Equations," 2022 International Conference of Science and Information Technology in Smart Administration (ICSINTESA), Denpasar, Bali, Indonesia, 2022, pp. 100-104, doi: 10.1109/ICSINTESA56431.2022.10041529.
- [7] Кабулов А.В., Урунбаев Э., Каландаров И., Ашуров А.О. Методы синтеза оптимальных корректоров эвристических алгоритмов на основе функций k-значной логики// – Монография Т.: Издательство «Навруз», 2020. –276 с.
- [8] Р.Н.Песков, В.Н.Шенников. Минимизация частично определенных Булевых функций. Вестник Мордовского университета. 2012, №2, С 157-160.
- [9] Riznyk V., Solomko M. Minimization of conjunctive normal forms of boolean functions by combinatorial method. Technology audit and production reserves — № 5/2(43), 2018.
- [10] T.S.Rathore (2014) Minimal Realizations of Logic Functions Using Truth Table Method with Distributed Simplification, IETE Journal of Education, 55:1, 26-32, DOI: 10.1080/09747338.2014.921412.

Поступила в редакцию 15.10.2023

Citation: Abdirofiyev N. (2023). To'liq aniqlanmagan mantiqiy funksiyalarni minimallashtirish uchun takomillashtirilgan Mak-Klaski usuli. Raqamli texnologiyalarning nazariy va amaliy masalalari xalqaro jurnali. 4(6). – B. 138-142.

MODIFIED METHOD OF McCLUSKEY FOR MINIMIZING INCOMPLETELY DEFINED LOGICAL FUNCTIONS

Abdirofiyev N.¹

¹ Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan
abdirofiyev.n@gmail.com

Abstract. *This paper presents an improved method for applying the McCluskey Boolean function minimization algorithm to determine the minimum disjunctive normal form of an incompletely defined function. To continue the incompletely defined function, maximum intervals were created corresponding to the values 1 and 0 of the function, a table of differences was created for them, and unions were created using the max-min dead-end disjunctive normal form method. This paper describes the practical application of the method using an example. The results of your work can be used in the analysis and synthesis of incompletely defined logical structures.*

Keywords: *Incompletely defined function, disjunctive normal form, logical function, minimal disjunctive normal form of a function, elementary conjunctions, differentiation table, McCluskey algorithm.*

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД МАК-КЛАСКИ ДЛЯ МИНИМИЗАЦИЯ НЕ ПОЛНОСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Абдиروفиев Н.¹

¹ Самаркандский государственный университет имени Шарофа Рашидова,
Самарканд, Узбекистан
abdirofiyev.n@gmail.com

Аннотация. *В данной работе представлен усовершенствованный метод применения алгоритма минимизации логической функции Мак-Класки для определения минимальной дизъюнктивной нормальной формы не полностью определенной функции. Для продолжения неполно определенной функции были созданы максимальные интервалы, соответствующие значениям 1 и 0 функции, для них создана таблица разностей и методом тах-тup тупиковая дизъюнктивная нормальная форма были созданы союзы. В данной работе на примере описано практическое применение метода. Результаты нашей работы могут быть использованы при анализе и синтезе не до конца определенных логических структур.*

Ключевые слова: *Частично определенная функция, дизъюнктивная нормальная форма, логическая функция, минимальная дизъюнктивная нормальная форма функции, элементарные конъюнкции, таблица дифференцирования, алгоритм Мак-Класки.*