

УДК 519.63

МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИОНООБМЕННОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ ЖИДКОСТЕЙ

Саидов У.М.¹

¹ Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан

Аннотация. В работе приведен подробный аналитический обзор научных работ, связанных с процессом моделирования нестационарного технологического процесса фильтрации ионных растворов от мелкодисперсных частиц и ионных соединений. С целью исследования технологического процесса фильтрации ионных растворов в зависимости от их физико-химических свойств и режимов работы фильтрующего агрегата были разработаны - математическая модель, численный алгоритм и программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ. Предлагаемое математическое обеспечение дает возможность определять работоспособность фильтрующего оборудования с помощью, которого осуществляется отделение частиц твердой фазы от жидкости или газа, гель-частиц, ионов и других сопутствующих элементов. Также, в статье приведены результаты проведенных вычислительных экспериментов на ЭВМ в виде графиков и выводы, связанные с ними.

Ключевые слова: математическая модель, численный метод, вычислительный эксперимент, ионообменная фильтрация, гель-частицы, суспензия.

I. ВВЕДЕНИЕ

Технологический процесс (ТП) фильтрации и разделения ионизированных суспензий широко распространен на заводах химической и родственных ей отраслях промышленности. А поэтому, правильная и рациональная организация управления вышеуказанным процессом позволяет существенно уменьшить эксплуатационные расходы и улучшить качество конечного продукта.

Процесс фильтрации вязких жидкостей от примесей и технологических отходов – один из основных этапов в производстве масложировых, фармацевтических, машиностроительных, пищевых и др. продуктов. Очистка химических (пряжильных), растворов жидкого топлива, питьевой воды, фармацевтических препаратов и соков и т.д. от примесей, как правило, обеспечивается применением ионных фильтров и методами фильтрации их с помощью многослойных фильтров. При фильтрации жидких растворов и суспензий используются различные по физико-механическим свойствам фильтры и фильтровальные перегородки. Работоспособность фильтрующего оборудования во многом определяется фильтрующими перегородками, с помощью которых осуществляется отделение частиц твердой фазы от жидкости или газа, гель-частиц, ионов и других сопутствующих элементов.

Технологический процесс фильтрации (ТПФ) трудно разделяемых жидкостей недо-

статочно изучен с теоретической и экспериментальной точек зрения. Проблема состоит в исследовании, прогнозировании и управлении процессом на основе его математического обеспечения.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что на фильтрацию жидких растворов воздействует множество параметров с различными удельными значениями. В связи с этим необходимо всесторонне исследовать данный процесс с помощью математической модели объекта и проведения вычислительных экспериментов (ВЭ) на ЭВМ с целью выявления условий для наиболее полного фильтрации жидкостей от примесей и тяжелых ионов.

По проблеме математического моделирования процесса фильтрации смесей в мире получены значительные теоретические и прикладные результаты.

В частности, в работе [1] предложена математическая модель (ММ) ТП адсорбции цефалоспорины в неподвижном слое колонки с применением оптимизации роя частиц. Для оценки параметра адсорбционного процесса решена задача вида:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_L \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - v_z \cdot \frac{\partial C}{\partial z} - \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \cdot \frac{3 \cdot k_f}{R_p} (C - C_{r=R_p})$$

при начальных и краевых условиях:

$$\begin{aligned}
 t = 0 &\rightarrow C(z, 0) = 0; \\
 z = 0 &\rightarrow C = C_0 + \frac{D_F \cdot \varepsilon}{v_z} \cdot \frac{\partial C}{\partial z}; \\
 z = H &\rightarrow \frac{\partial C}{\partial z} = 0.
 \end{aligned}$$

В математической постановке задачи D_L - коэффициент дисперсии; k_f - коэффициент перемещения массы жидкого слоя; v_z - скорость жидкости; R_p - радиус частиц смолы; ε - пористость. Для численного интегрирования задачи авторами использован конечно-разностный метод Кранк-Николсона.

Результаты исследования сложных механизмов осаждения частиц в свече-фильтре приводятся в работе [2]. С целью изучения процесса фильтрования и разработки адекватного математического обеспечения объекта исследования проведены лабораторные эксперименты с подходящей частицей масляной суспензии в экспериментальном фильтре.

В работе [3] предложена феноменологическая модель глубоководной инфильтрации. Предложенная авторами ММ комбинируется с уравнением адъективной дисперсии и нелинейным уравнением кинетики рассматриваемого процесса. Поставленная задача решается численно с использованием явной конечно-разностной схемы. Полученные результаты сопоставлены с натурными экспериментами на установках «ЕРА», выполненными израильской водной компанией «Mekorot».

Авторами [4] разработана обобщённая ММ процесса адсорбции раствора сверхкритического углекислого газа на активизированном угле. Адсорбционные кривые получены на лабораторной установке (адсорбент 10 мл), что позволило усовершенствовать математический аппарат объекта исследования. ММ была разработана с помощью уравнения сохранения баланса массы, то есть:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} &= -u_z \frac{\partial c}{\partial z} + \varepsilon D_{az} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \\
 &- k_f a (1 - \varepsilon) (c - c_i) \Big|_{r=R_p}, \\
 \beta \frac{\partial c_i}{\partial t} &= D_e \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c_i}{\partial r} \right) - \rho_s \frac{\partial c_s}{\partial t}, \\
 \frac{\partial c_s}{\partial t} &= k_a c_i - k_d c_s
 \end{aligned}$$

с начальными и краевыми условиями:

$$\begin{aligned}
 c = 0, \quad c_i = 0, \quad c_s = 0 \quad \text{при } t = 0, \\
 c = c_0 + \frac{\varepsilon D_{az}}{u_z} \frac{\partial c}{\partial z} \quad \text{при } z = 0, \\
 \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad \text{при } z = L, \\
 \frac{\partial c_i}{\partial r} = 0 \quad \text{при } r = 0,
 \end{aligned}$$

$$D_e \left(\frac{\partial c}{\partial r} \right)_{r=R_p} = k_f (c - c_i) \Big|_{r=R_p} \quad \text{при } r = R_p.$$

Здесь a - определенная поверхность твердой фазы; c_i - концентрация в порах фильтра (моль/м³); c - концентрация раствора в жидкой фазе (моль/м³); c_0 - начальная концентрация раствора в жидкой фазе; c_s - концентрация раствора в твердой фазе (моль/кг); R_p - радиус сферических частиц; D_{az} - осевой коэффициент дисперсии (м²/с); D_e - эффективный коэффициент диффузии (м²/с); β - пористость частиц; k_f - коэффициент переноса массы в жидкой среде (м/с); ρ_s - плотность частиц (кг/м³); ε - коэффициент пористости.

Поставленная задача была решена с использованием метода линеаризации нелинейных членов уравнений.

В работе [5] модель баланса масса была сформирована для переноса частиц суспензий в пористых средах. Уравнения для частиц и распределения размера пор были выведены из стохастического уравнения «Master». Модель учитывает уменьшение потока частиц за счет ограничений для крупных частиц для перемещения через небольшие поры. Аналитическое решение для мало концентрированных частиц получено для основных частиц и распределения размера пор.

Авторами [6] была разработана интегрированная ММ процесса ионообменного фильтра для очистки воды, позволяющая, оценить эффективность регенерации смолы для оценки и совершенствования ионообменной технологии. Адекватность модели была подтверждена экспериментальными данными. Воздействие безразмерных групп (т.е. число Пекле, диффузионный модуль упругости и число Байот) на ионном кривом обмене прорыв были проанализированы с использованием этой модели. Кроме того, интегральная модель была использована, чтобы оптимизировать частоту регенерации и улучшить общую производительность ионного обмена. Авторами утверждается, что

интегральная модель может быть полезным инструментом для дальнейших исследований в области ионообменной технологии.

В исследовании [7] рассмотрен процесс фильтрования суспензий при использовании Amberlite IRC 748 смолы для удаления ионов кальция из высоко концентрированного раствора хромата калия в колонке с неподвижным слоем. Разработаны четыре различных кинетических модели для процесса фильтрования раствора с учетом толщины слоя и срока службы фильтровальной перегородки. В работе использованы также модели Томаса и Юн-Нельсона, а результаты численных расчетов сопоставлены с экспериментальными данными, чем доказана их адекватность.

Автором [8] разработана компьютерная модель и численный алгоритм для исследования процесса многократного ионообменного фильтрования суспензий через пористую среду и проведены вычислительные эксперименты на ЭВМ при заданиях различных значений параметров ТП. На основе проведенного комплексного исследования определены время работы ионитного фильтра в зависимости от физико-химического состава, подаваемой к колонке фильтра жидкости.

Приближенно-аналитическое решение задачи ТП фильтрования растворов от нежелательных ионов рассмотрено в работе [9]. Получено аналитическое решение задачи в явном виде. На основе полученного решения определен коэффициент бародиффузии, который играет существенную роль в технологии фильтрования ионных растворов.

Анализ полученных результатов исследований в выше указанных работах показал, что не до сих пор изучена степень кольматации гелевых частиц в порах фильтровальной перегородки агрегата на различных глубинах при ионообменной фильтрации ионных растворов через пористую среду, а также при переменной пористости фильтра.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При выводе математической модели процесса ионообменного фильтрования жидкостей через пористую среду предполагается, что в процессе фильтрования гелевые частицы оседают в порах равномерно по всей толщине фильтровальной перегородки. Однако, как показывают теоретические и экспериментальные данные, степень кольматации гелевых частиц от поверхности фильтра на различных его глубинах неодинаковая. Поскольку ионообменный процесс

происходит по всей толщине ионита, то решение задач с учетом степени кольматации на различных глубинах ионообменного фильтра представляет собой особый интерес.

Для вывода ММ процесса фильтрования жидкости через пористую среду воспользуемся уравнениями двухфазных сред.

Уравнения движения для жидкой и уравнения неразрывности для твердой фазы записываются в виде [10]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{G}_1}{\partial x} \right) \theta \rho \mathcal{G}_1 = \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \mathcal{G}_1}{\partial x^2} - r_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial t} + \frac{\partial \theta_2 \mathcal{G}_2}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

Здесь \mathcal{G}_1 и \mathcal{G}_2 - компоненты скорости жидкой и твердой фаз; ρ и μ - плотность и вязкость суспензий; P - давление; r_1 - компонента внутренних среднестатистических сил взаимодействия компонент; θ_1 и θ_2 - локальные концентрации жидкой и твердой фазы.

К уравнениям (1) и (2) добавляется уравнение связи

$$\theta_1 + \theta_2 = 1.$$

Из уравнения неразрывности жидкой фазы следует, что

$$\theta_1^{(1)} \mathcal{G}_1^{(1)} = \theta_1^{(2)} \mathcal{G}_1^{(2)} = W \left[1 - \theta_2^{(3)}(t) \right]; \quad (3)$$

$$\left(1 - \theta_2^{(1)} \right) \mathcal{G}_1^{(1)} = \left(1 - \theta_2^{(3)} \right) \mathcal{G}_1^{(3)}. \quad (4)$$

В случае движения «нейтральных» частиц суспензии имеем:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{G}_2^{(1)} &= \mathcal{G}_2^{(1)}; \\ \mathcal{G}_2^{(3)} &= \mathcal{G}_1^{(3)} = W. \end{aligned} \right\}$$

Здесь $\mathcal{G}_2^{(\kappa)} \left(\mathcal{G}_2^{(\kappa)} \right)$ и $\theta_1^{(\kappa)}, \theta_2^{(\kappa)}$ - скорость и концентрация жидкой и твердой фаз в области \mathcal{D}_κ (рис.1); W - скорость фильтрования.

Уравнения (1), (2) с учетом соотношений (3)-(4) представляются в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial W \left(1 - \theta^{(3)} \right)}{\partial t} + W \frac{\partial W \left(1 - \theta^{(3)} \right)}{\partial x} = \\ & = \frac{\left(1 - \theta^{(3)} \right) \partial P}{\rho \partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 W \left(1 - \theta^{(3)} \right)}{\partial x^2} - r_1, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \theta W}{\partial x} = 0. \quad (6)$$

Здесь $r_1 = \frac{\mu H_0 W}{k_0 [1 - \xi^*(x, t)]}$, H_0 - толщина фильтра; k_0 - коэффициент проницаемости фильтра до начала его работы; $\xi^* = \frac{k(x, t)}{k_0}$ - коэффициент проницаемости фильтра во время его работы.

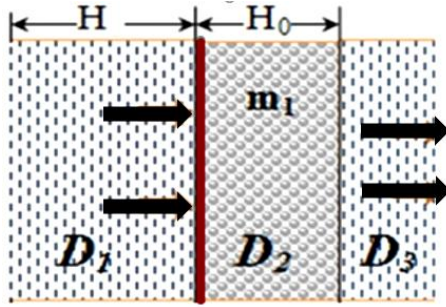


Рис. 1. Концентрация жидкой и твердой фазы в области D_x

В дальнейшем, для удобства записи в уравнениях нижний индекс концентрации жидкой и твердой фаз будет опущен.

Пусть $\theta^{(3)} = \theta(t)^{(3)}$. Тогда из первого уравнения (5) получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} + W \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial \theta^{(3)}}{\partial t} = \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{r_1}{(1 - \theta^{(3)})}. \end{aligned} \quad (7)$$

Коэффициент $\kappa(x, t)$ выражается формулой

$$\kappa(x, t) = \kappa_0 (1 - \sqrt{\xi})^3.$$

Таким образом, уравнения (6)-(7) образуют замкнутую систему для определения всех неизвестных. Задачи (6)-(7) будем решать с крайними условиями:

$$\left. \begin{aligned} W = W_0, \theta^{(3)} = 0, \theta = \theta^{(1)} e^{-\lambda m \frac{1-m_0}{W_0} x}, \\ \xi = 0, (t = 0); \\ W = W_0, \theta = \theta^{(1)}, (x = 0); \\ \frac{\partial W}{\partial x} = \varphi_1, (x = 1). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для вывода ММ ионообменного процесса фильтрования добавляем уравнение ионообменной сорбции, которое имеет следующий вид [11-12]:

$$\frac{\partial n_i m}{\partial t} + \frac{\partial n_i W}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial t} = D_c \frac{\partial^2 n_i}{\partial x^2}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \beta (n_i - n_i'), \quad N_i = \frac{n_i'}{a+b}, \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

$$n_1 + n_2 = n_0, \quad N_1 + N_2 = N_0, \quad (11)$$

где n_1 и n_2 - неравновесные концентрации обменивающихся ионов в растворе в единице длины сорбционной колонны; N_1 и N_2 - неравновесные концентрации обменивающихся ионов в сорбенте; n_1 и n_2 - концентрации ионов в растворе, соответствующие равновесию с концентрациями N_1 и N_2 ; β - эффективная константа обменивающихся ионов; D_c - коэффициент продольной диффузии; a и b - постоянные изотермы; n_0 - исходная концентрация в растворе вводимого в колонку иона; N_0 - обменная емкость поглощения сорбента.

Для определения $\xi(x, t)$ скорости осаждения гель-частиц по глубине фильтровальной колонки фильтра воспользуемся уравнениями баланса и кинетики для нестационарного случая:

$$\frac{\partial \theta m}{\partial t} + \frac{\partial \theta W}{\partial x} + \frac{\partial \alpha m}{\partial t} + (1 - m_0) \frac{\partial \xi m}{\partial t} = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \lambda (\theta - \gamma \xi). \quad (13)$$

Здесь λ - кинетический коэффициент; γ - в отличие от коэффициента Генри для поглощения газов, зависит от величины и состояния поверхности поровых каналов и в соответствии с опытными данными может быть представлен как

$$\gamma = \frac{a_0}{b_0}.$$

Здесь a_0 изменяется от 0,0005 до 0,0036, b_0 - от 0,7 до 0,9, а m_0 - пористость осевшей массы.

Из уравнения баланса и кинетики процесса можно вычислить $\theta^3(t)$

$$\frac{\partial \theta^3(t)}{\partial t} = \frac{(m_1 - m_0)(1 - m_0 + \theta^3(t))}{m_1 + (m_1 - m_0)} \frac{\partial \xi}{\partial t}.$$

Здесь учтено, что $m = m_1 + (m_1 - m_0)\xi$, и при переменной пористости, уравнения неразрывности записывается в виде

$$\frac{\partial \theta m}{\partial t} + \frac{\partial \theta W}{\partial x} = 0,$$

где m_1 - пористость фильтра до его работы.

Градиент давления, входящий в уравнение (7), определяется из закона Дарси

$$W = -\frac{\kappa(x, t)}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}.$$

Теперь определим $\theta^{(3)}(t)$ и $\xi^*(x, t)$. Среда и суспензия, таковы что в процессе фильтрования часть твердого вещества взвеси задерживается средой, часть ранее осевших частиц срывается и попадает в фильтрационный поток, а часть переносится фильтрационным потоком в области (D^3) . Обозначим через α насыщенность порового пространства взвешенными частицами, через ξ - осевшие в рыхлом теле частицы. Тогда концентрация взвешенного твердого вещества в движущейся смеси будет

$$\theta = \frac{\alpha}{1 - \xi}. \quad (14)$$

Так как каждая частица взвеси попеременно может находиться в покое и во взвешенном состоянии, то чтобы выразит α через $\theta^{(3)}$ и ξ в общем случае, нужно применить вероятное осреднение.

Для численного интегрирования задачи, упростим ее. Пусть на достаточной глубине от поверхности фильтра частицы под действием силы потока и давления не срываются, взвеси в порах фильтра равно количеству срывающихся частиц. Тогда в уравнении (12) α можно заменить на $\theta^{(3)}$, т.е.

$$\theta = \frac{\theta^{(3)}(t)}{1 - \xi(x, t)}.$$

В уравнениях (9) и (10) индекс «i» относится к иону, насыщающему сорбент в исходном состоянии, а индекс «2» - к иону, входящему в колонну и вытесняющему первый ион.

Краевые условия задачи (9)-(10) следующие:

$$\left. \begin{aligned} n_1 = 0, n_2 = n_0, \mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_0, \mathcal{N}_2 = 0, (t = 0); \\ n_1 = 0, n_2 = n_0, (x = 0); \\ n_1 = n_0, n_2 = 0, (x = 1). \end{aligned} \right\} (15)$$

В силу уравнения эквивалентности обмена (11) достаточно найти решение для одного из обменивающихся ионов. Для удобства решения задачи введем безразмерные переменные

$$\bar{W} = \frac{W}{W_0}, q = \frac{H_0}{\mu W_0} P, \bar{n} = \frac{n}{\mathcal{N}_0},$$

$$\bar{x} = \frac{x}{H_0}, t = \alpha_\tau \tau, \alpha_\tau = \frac{PF}{\mu}, \bar{\theta}^{(3)} = \frac{\theta^{(3)}}{\theta^{(1)}},$$

$$\bar{\xi} = \frac{\xi}{\theta^{(1)}}, \bar{\theta} = \frac{\theta}{\theta^{(1)}},$$

и получим [12-14]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial q} + ReW \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{W}{(1 - \theta^{(3)})} = \\ = \frac{F}{H_0^2} \left(-\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \right. \\ \left. - \frac{H_0 F}{HK_0 (1 - \theta^{(3)}) (1 - \xi)^2} \right); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + Re \frac{\partial \theta W}{\partial x} = 0; \quad (17)$$

$$\frac{\partial \theta^{(3)}}{\partial \tau} = \frac{K_1 (K_2 + \theta^{(3)})}{K_3 + K_4 \xi} \frac{\partial \xi}{\partial \tau}; \quad (18)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \lambda_1 (\theta - \gamma \xi); \quad (19)$$

$$W = \frac{K}{H_0^2} \frac{\partial q}{\partial x}; \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial nm}{\partial q} + Re \frac{\partial nW}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial q} = a_0 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial N}{\partial q} = \beta \alpha_q \left(n - \frac{\alpha_1 N}{\alpha_2 - bN} \right); \end{aligned} \right\} (21)$$

$$\left. \begin{aligned} W = 1, \theta^{(3)} = 0, \theta = e^{-b_0 x}, \xi = 0, (\tau = 0); \\ W = 1, \theta = 1, (x = 0); \\ \frac{\partial W}{\partial q} = \varphi, (x = 1); \end{aligned} \right\} (22)$$

$$\left. \begin{aligned} n(x, 0) = 0, N(x, 0) = 1; \\ n(x, q) = 0, n(1, q) = \frac{n_0}{N_0} = n^0. \end{aligned} \right\} (23)$$

здесь $Re = \frac{\rho F W_0}{\mu H_0}$ – число Рейнольдса;

$$\kappa_1 = m_1 - m_0, \kappa_2 = \frac{1 - m_0}{\theta^{(1)}}, \kappa_3 = \frac{m_1}{\theta^{(1)}}, \kappa_4 = -\kappa_1,$$

$$a_1 = \frac{a}{N_0}, a_2 = \frac{1}{N_0}, \varphi = \varphi_1 \frac{H_0}{W_0}, a_0 = \frac{D_L F \rho}{\mu H_0},$$

$$b_0 = \lambda_1 m_1 H_0 \frac{1 - m_0}{W_0}, F \text{ – площадь фильтра.}$$

Здесь и в дальнейшем для удобства записи черточки над безразмерным и переменными будут опущены.

III. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Систему (16)-(23) интегрировать аналитически не представляется возможным. Поэтому применим численный метод ее интегрирования.

Для уравнения (16) с соответствующим краевым условиями (22) применим векторную схему Самарского-Фрязина [15-16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} + Re u \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{u}{1 - \theta_u^{(3)}} \frac{\partial \theta_u^{(3)}}{\partial \tau} = \\ = \frac{F}{H_0^2} \left(-\frac{\partial q_u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) - \\ - \frac{H_0 F}{HK_0 (1 - \theta_u^{(3)})} \frac{u}{(1 - \xi_u)^2}, \end{aligned} (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial \tau} + Rev \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{v}{1 - \theta_v^{(3)}} \frac{\partial \theta_v^{(3)}}{\partial \tau} = \\ = \frac{F}{H_0^2} \left(-\frac{\partial \theta_v}{\partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) - \\ - \frac{H_0 F}{HK_0 (1 - \theta_v^{(3)})} \frac{v}{(1 - \xi_v)^2}, \end{aligned} (25)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x, 0) = v(x, 0) = 1, u(0, \tau) = v(0, \tau) = 1; \\ \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=1} = \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=1} = \varphi. \end{aligned} \right\} (26)$$

Для получения второго порядка аппроксимации по пространственной переменной, уравнение (17) записываем в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \tau} + \lambda \frac{\partial z}{\partial x} + Re y \frac{\partial u}{\partial x} = 0; \\ \frac{\partial z}{\partial \tau} + \lambda \frac{\partial y}{\partial x} + Re z \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \end{aligned} \right\} (27)$$

В первом уравнении (27) имеет положительный знак, а во втором отрицательный. Поэтому обозначим их соответственно через λ^+ и λ^- .

Краевые условия этой системы будут следующие

$$\left. \begin{aligned} y(x, 0) = z(x, 0) = e^{-b_0 x}; \\ y(0, \tau) = z(0, \tau) = 1. \end{aligned} \right\}$$

Уравнения (18) и (19) представляются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta_u^{(3)}}{\partial \tau} = \frac{K_1 (K_2 + \theta_u^{(3)})}{K_3 + K_4 \varepsilon_u} \frac{\partial \xi_u}{\partial \tau}, \\ \frac{\partial \theta_v^{(3)}}{\partial \tau} = \frac{K_1 (K_2 + \theta_v^{(3)})}{K_3 + K_4 \varepsilon_v} \frac{\partial \xi_v}{\partial \tau}, \\ \theta_u^{(3)} = \theta_v^{(3)} = 0, \end{aligned} \right\} (28)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \xi_u}{\partial \tau} = \lambda_1 (y - \gamma \xi_u); \\ \frac{\partial \xi_v}{\partial \tau} = \lambda_1 (z - \gamma \xi_v); \\ \xi_u = \xi_v = 0; \end{aligned} \right\} (29)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial m_u n^{(1)}}{\partial \tau} + Re \frac{\partial u n^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial N^{(1)}}{\partial \tau} = a_0 \frac{\partial^2 n^{(1)}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial N^{(1)}}{\partial \tau} = \beta \alpha_\tau (n^{(1)} - \frac{a_1 N^{(1)}}{a_2 - b N^{(2)}}); \\ \frac{\partial m_v n^{(2)}}{\partial \tau} + Re \frac{\partial v n^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial N^{(1)}}{\partial \tau} = a_0 \frac{\partial^2 n^{(2)}}{\partial x^2}; \\ \frac{\partial N^{(2)}}{\partial \tau} = \beta \alpha_\tau (n^{(2)} - \frac{a_1 N^{(2)}}{a_2 - b N^{(2)}}); \\ n^{(1)}(x, 0) = n^{(2)}(x, 0) = 0; \\ N^{(1)}(x, 0) = N^{(2)}(x, 0) = 1; \\ n^{(1)}(0, \tau) = n^{(2)}(0, \tau) = 0; \\ n^{(1)}(1, \tau) = n^{(2)}(1, \tau) = n^0. \end{aligned} \right\} (30)$$

Аппроксимируем уравнение (24) и краевые условия (25) разностной схемой, при этом $\frac{\partial u}{\partial x}$ - двухточечной схемой вперед, а $\frac{\partial v}{\partial x}$ - той же назад и получим [13-14]:

$$u_i = A_{i+1}u_{i+1} + B_{i+1}v_{i+1} + C_{i+1}; \quad (31)$$

$$v_i = A'_{i+1}v_{i+1} + B'_{i+1}u_{i+1} + C'_{i+1}; \quad (32)$$

$$A_1 = A'_1 = B_1 = B'_1 = 0, \quad C_1 = C'_1,$$

$$u_p = \frac{\mathcal{G}_{13}\mathcal{G}_{21} - \mathcal{G}_{12}\mathcal{G}_{23} + 2h\psi(\mathcal{G}_{21} - \mathcal{G}_{12})}{\mathcal{G}_{11}\mathcal{G}_{21} - \mathcal{G}_{12}\mathcal{G}_{23}},$$

$$v_p = \frac{\mathcal{G}_{23}\mathcal{G}_{11} - \mathcal{G}_{13}\mathcal{G}_{22} + 2h\psi(\mathcal{G}_{11} - \mathcal{G}_{22})}{\mathcal{G}_{11}\mathcal{G}_{21} - \mathcal{G}_{12}\mathcal{G}_{23}},$$

где

$$G_{11} = 3 + (A_{p-2} - 4)A_{p-1} + B_{p-2}B'_{p-1},$$

$$A_{i+1} = \frac{1}{R_i} \left[a_i (b'_i - c'_i A'_i) - d'_i (c_i B - d_i + e_i A'_i) \right], \quad B_{i+1} = \frac{1}{R_i} (c_i B_i - d_i + e_i A'_i),$$

$$C_{i+1} = \frac{1}{R_i} \left[(c_i C_i + e_i C'_i + f_i) (b'_i - c'_i A'_i) + (c_i B_i - d_i + e_i A'_i) (c_i C'_i + f'_i) \right]$$

$$A'_{i+1} = \frac{a'_i}{R'_i} (b_i - c_i A_i - e_i B'_i), \quad B'_{i+1} = \frac{1}{R'_i} \left[a'_i (e'_i + c'_i B'_i) - d'_i (b_i - c_i A_i - e_i B'_i) \right]$$

$$C'_{i+1} = \frac{1}{R'_i} \left[(b_i - c_i A_i - e_i B'_i) (c_i C'_i + f'_i) + (e'_i + c'_i B'_i) (c_i C_i + e_i C'_i + f_i) \right],$$

$$R_i = (b_i - c_i A_i - e_i B'_i) (-c'_i A'_i) - (c_i B_i - d_i + e_i A'_i) (e'_i + c'_i B'_i),$$

$$a_i = a'_i = c_i = c'_i = \frac{1}{h^2}, \quad d_i = e_i = Re \frac{U_i^{s-1}}{h}, \quad d'_i = e'_i = Re \frac{v_i^{s-1}}{h},$$

$$f_i = \frac{U_1}{\Delta q} + \frac{\partial q}{\partial x} \cdot \frac{F}{H_0^2}, \quad f'_i = \frac{v_1}{\Delta q} + \frac{F}{H_0^2} \cdot \frac{\partial q}{\partial x},$$

$$b_{ik} = \frac{1}{\Delta q} + \frac{2}{h^2} + \frac{\mu H_0 F}{HK_0 (1 - \tilde{\theta}_{ik}^{(3)}) (1 - \varepsilon_{ik})^2} - \frac{1}{1 - \tilde{\theta}_{ik}^{(3)}} \frac{\tilde{G}_{ik}^2 + P_{3k} \tilde{G}_{ik} - P_{4k} \tilde{\theta}_{ik}^{(3)}}{\Delta q},$$

$$D_{i+1} = \frac{\bar{a}'_i}{R_{li}} (\bar{b}'_i - \bar{c}'_i D'_i), \quad D'_{i+1} = \frac{\bar{a}'_i}{R_{li}} (\bar{b}'_i - \bar{c}'_i D'_i), \quad E_{i+1} = \frac{\bar{a}'_i}{R_{li}} (\bar{d}'_i - \bar{c}'_i E'_i), \quad E'_{i+1} = \frac{\bar{a}'_i}{R_{li}} (\bar{d}'_i + \bar{c}'_i E'_i),$$

$$F_{i+1} = \frac{1}{R_{li}} \left[(\bar{c}'_i F_i + \bar{f}_i) (\bar{b}'_i - \bar{c}'_i D'_i) + (\bar{d}'_i + \bar{c}'_i E'_i) (\bar{c}'_i F'_i + \bar{f}'_i) \right],$$

$$\mathcal{G}_{12} = (A_{p-2} - 4)B_{p-1} + B_{p-2}A'_{p-1},$$

$$\mathcal{G}_{13} = (A_{p-2} - 4)C_{p-1} + B_{p-2}C'_{p-1} + C_{p-2},$$

$$\mathcal{G}_{21} = 3 + (A'_{p-2} - 4)A'_{p-1} + B_{p-1}B'_{p-1},$$

$$\mathcal{G}_{22} = (A'_{p-2} - 4)B'_{p-1} + A_{p-1}B'_{p-2},$$

$$\mathcal{G}_{23} = (A'_{p-2} - 4)C'_{p-1} + C_{p-1}B'_{p-2} + C'_{p-2},$$

Аппроксимируем (27) явной схемой. Первое уравнения – разностной схемой вперед, а второе – назад:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y}'_i &= E_{i+1}y_{i+1} + D_{i+1}z_{i+1} + F_{i+1}, \\ \mathcal{Z}'_i &= E'_{i+1}z_{i+1} + D'_{i+1}y_{i+1} + F'_{i+1}. \end{aligned} \right\}$$

Коэффициенты, входящие в уравнения (31), (32) для постоянного градиента давления определяются из рекуррентных соотношений:

$$E'_{i+1} = \frac{1}{R_{i1}} \left[(\bar{c}'_i \bar{F}'_i + \bar{f}'_i) (\bar{b}'_i - \bar{c}'_i D'_i) + (\bar{d}'_i + \bar{c}'_i E'_i) (\bar{c}'_i F'_i + \bar{f}'_i) \right],$$

$$R_{i1} = (\bar{b}'_i - \bar{c}'_i D'_i) (\bar{b}'_i - \bar{c}'_i D'_i) - (\bar{d}'_i + \bar{c}'_i E'_i) (\bar{d}'_i + \bar{c}'_i E'_i), \quad \bar{a}_{i1} = \bar{c}_{i1} = \frac{|\lambda_k| - \lambda_k}{2},$$

$$\bar{a}_{i2} = \bar{c}_{i2} = \frac{|\lambda_k| + \lambda_k}{2}, \quad \bar{d}_{ik} = \bar{e}_{ik} = -|\lambda_k|, \quad \bar{b}_{ik} = -(1 - G_k), \quad \bar{f}'_i = -\tilde{y}'_i, \quad \bar{f}'_i = -\tilde{z}'_i,$$

$$\lambda_k = \begin{cases} u_i \frac{\text{Re} \Delta \tau}{h} & \text{при } \kappa = 1 \\ v_i \frac{\text{Re} \Delta \tau}{h} & \text{при } \kappa = 2 \end{cases}, \quad \sigma_k = \begin{cases} \frac{\text{Re} \Delta \tau}{h} (u_i - u_{i-1}) & \text{при } \kappa = 1 \\ \frac{\text{Re} \Delta \tau}{h} (v_{i+1} - v_i) & \text{при } \kappa = 2 \end{cases}$$

$$\bar{Q}_{ik} = \begin{cases} \bar{Q}'_i & \text{при } \kappa = 1 \\ \bar{Q}_i & \text{при } \kappa = 2 \end{cases}, \quad \bar{C}_{ik} = \begin{cases} \bar{C}'_i & \text{при } \kappa = 1 \\ \bar{C}_i & \text{при } \kappa = 2 \end{cases}, \quad \bar{b}_{ik} = \begin{cases} \bar{b}'_i & \text{при } \kappa = 1 \\ \bar{b}_i & \text{при } \kappa = 2 \end{cases}$$

$$\theta_{ik}^{(3)} = \begin{cases} \theta_y^{(3)} & \text{при } \kappa = 1; \\ \theta_z^{(3)} & \text{при } \kappa = 2; \end{cases} \quad G_{ik}^{(3)} = \begin{cases} y_i & \text{при } \kappa = 1; \\ \tilde{z}_i & \text{при } \kappa = 2. \end{cases}$$

Аппроксимируя (29), находим:

$$\xi_{ik} = \frac{\lambda_1 \Delta \tau}{1 - \lambda_1 \Delta \tau} G_{ik} + \frac{\bar{\xi}_{ik}}{1 - \lambda_1 \Delta \tau},$$

$$\theta_{ik}^{(3)} = \frac{K_1 K_2 (\xi_{ik} - \bar{\xi}_{ik})}{K_3 + K_1 \xi_{ik} + (K_2 - K_1) \bar{\xi}_{ik}},$$

где

$$\xi_{ik} = \begin{cases} \xi_{iu} & \text{при } \kappa = 1; \\ \xi_{iv} & \text{при } \kappa = 2. \end{cases}$$

Системы решаются методом совместной прогонки. Для вычисления значения y_{p+1} и z_{p+1} , используем явную схему и найдем:

$$\left. \begin{aligned} y_{p+1} &= \frac{h_1 - h_2 h_3}{1 - h_2 h_4} \\ z_{p+1} &= \frac{h_3 - h_1 h_4}{1 - h_2 h_4} \end{aligned} \right\}$$

где

$$h_1 = \frac{\lambda_0 [F'_{p-2} - F'_{p-1} (1 - E'_{p-2})] - F'_{p-1} (h_0 - \lambda_0 D'_{p-2})}{E'_{p-1} (h_0 - \lambda_0 D'_{p-1}) + \lambda_0 D'_{p-1} (1 - E'_{p-2})}, \quad h_2 = \frac{D'_{p-1} (h_2 - \lambda_0 D'_{p-2}) + \lambda_0 E'_{p-1} (1 - E'_{p-2})}{E'_{p-1} (h_0 - \lambda_0 D'_{p-2}) + \lambda_0 D'_{p-1} (1 - E'_{p-2})},$$

$$h_3 = \frac{\lambda_0 F'_{p-1} - h F'_{p-1}}{h E'_{p-1} - \lambda_0 D'_{p-1}}, \quad h_3 = \frac{h D'_{p-1} + \lambda_0 (1 - E'_{p-1})}{h E'_{p-1} - \lambda_0 D'_{p-1}}, \quad \lambda_0 = \frac{\lambda_1 \Delta q}{h},$$

$$h_0 = 1 + \text{Re} \frac{\Delta q}{h} \frac{U_{p-1} - U_{p-2}}{h}, \quad h = 1 + \text{Re} \frac{\Delta q}{h} \frac{v_p - v_{p-1}}{h}.$$

Из краевых условий найдем

$$E_1 = E'_1 = D_1 = D'_1 = 0, \quad F_1 = F'_1 = 1.$$

Для решения уравнения ионообменной сорбции (21) с начальными и граничными условиями (23) применим векторную схему

Фрязинова и аппроксимируя полученное с точностью $O(h^2)$, найдем

$$\left. \begin{aligned} n_1^{(1)} &= A_{i+1} n_{i+1}^{(1)} + B_{i+1} n_{i+1}^{(2)} + C_{i+1}, \\ n_1^{(2)} &= A'_{i+1} n_{i+1}^{(2)} + B'_{i+1} n_{i+1}^{(1)} + C'_{i+1} \end{aligned} \right\}$$

в которых значения малых коэффициентов имеют вид:

$$a_i = a'_i = c_i = c'_i = \frac{1}{h^2}, \quad d_i = e_i = \frac{\text{Re}}{h} u_i,$$

$$d'_i = e'_i = \frac{\text{Re}}{h} v_i,$$

$$b_{ik} = \begin{cases} \frac{2}{h^2} + \frac{m_y + \alpha_i + (m_0 - m_1)(P_0 y + P_1 y)}{\Delta \tau} + \\ + \frac{u_i + u_{i+1}}{h}; \\ \frac{2}{h^2} + \frac{m_z + \alpha_i + (m_0 - m_1)(P_0 z_i + P_1 z)}{\Delta \tau} + \\ + \frac{v_{i+1} - v_i}{h}; \end{cases}$$

$$f_i = \frac{m_y n_i^{(1)} \gamma_i + N_i^{(1)}}{\Delta \tau}, \quad f'_i = \frac{m_z n_i^{(2)} \gamma_i + N_i^{(2)}}{\Delta \tau}$$

$$\alpha_i = \frac{1}{M_k}, \quad M_k = \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{a_1 a_2}{a_2 - b N_i^{(k)(s-1)}},$$

$$\gamma_i = \frac{1}{M_k} \left[\frac{N_i^{(k)}}{\Delta \varepsilon} - \frac{a_1 N_i^{(k)(s-1)}}{a_2 - b N_i^{(k)(s-1)}} \left(1 - \frac{a_2}{a_2 - b N_i^{(k)(s-1)}} \right) \right]$$

$$A_1 = B_1 = A'_1 = B'_1 = C_1 = C'_1 = 0$$

Если пористость m переменная, то она вычисляется в конечно-разностном виде по формуле $m_{ik} = m_1 + (m_0 - m_1) \xi_{ik}$.

Таким образом, определяя u, v, ξ_u, ξ_v для одного временного слоя и подставляя их в уравнение ионообменной сорбции находим концентрации $n^{(1)}, n^{(2)}$ для того же временного слоя.

При вычисленных искомым переменных сходимость итерационного процесса проверяется с помощью условий

$$\frac{|u_i^{(s)} - u_i^{(s-1)}|}{|u_i^{(s)}|} \leq \varepsilon, \quad \frac{|v_i^{(s)} - v_i^{(s-1)}|}{|v_i^{(s)}|} \leq \varepsilon,$$

$$\max |N_i^{(s)} - N_i^{(s-1)}| < \varepsilon, \quad \varepsilon > 0,$$

где $u_i^{(s)}, v_i^{(s)}, N_i^{(s)}, u_i^{(s-1)}, v_i^{(s-1)}, N_i^{(s-1)}$ - значения функции $u(x, \tau), v(x, \tau), N(x, \tau)$ в вычисляемом и предыдущем временных слоях.

IV. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ и определения основных параметров процесса и их диапазонов изменения

разработано программное средство. Результаты проведенных численных расчетов приведены на рис. 2-9.

Как видно из проведенных численных расчетов на ЭВМ (рис.2), скорость фильтрования суспензии по глубине фильтровальной перегородки резко уменьшается на верхних слоях фильтра, а далее она остается постоянной. Такая тенденция наблюдается при различных интервалах времени процесса фильтрования суспензии через пористую среду. Средняя скорость фильтрования суспензии за счет коагуляции пор фильтра со времени убывает (кривые рис. 2). Вычислительные эксперименты также были проведены при различных значениях толщины фильтровальной перегородки и установлено, что с ростом толщины фильтра скорость заполнения порового пространства фильтровальной перегородки гель-частицами снижается, а за счет роста силы сопротивления скорость фильтрования и время работы фильтра уменьшаются.

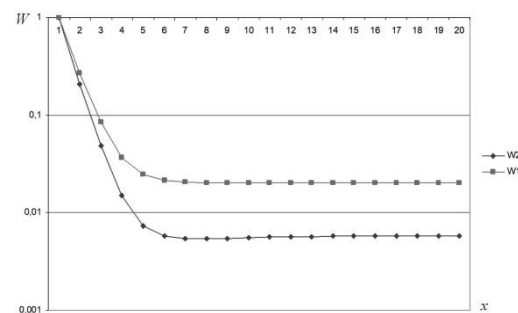


Рис. 2. Изменение скорости фильтрации суспензии по толщине перегородки фильтра (W_1 при $t=1,24$ ч; W_2 при $t=3,14$ ч.)

На рисунке 3 приведено изменение концентрации суспензии по длине перегородки фильтра. Как следует из проведенных численных расчетов на ЭВМ концентрация суспензии на верхних слоях фильтра выше, чем на нижних слоях при начальных стадиях процесса фильтрования. С ростом время фильтрования за счет накопления и осаждения частиц внутри перегородки фильтра растет концентрация суспензии.

На рисунках 4-5 приведены скорости осаждения частиц по толщине фильтровальной перегородки фильтра. Как следует из кривых (рис. 4-5) максимальное осаждение частиц происходит в верхних слоях фильтра. С течением времени фильтрования за счет гидравлического роста давления внутри фильтровальной колонки происходит закупоривание пор фильтра и образование слоя осадка на его поверхности.

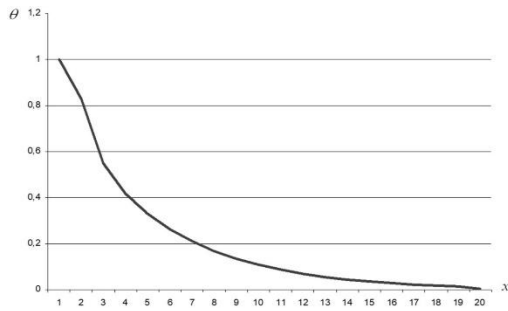


Рис. 3. Изменение концентрации суспензии по толщине перегородки фильтра (при $t=3, 14$ ч.)

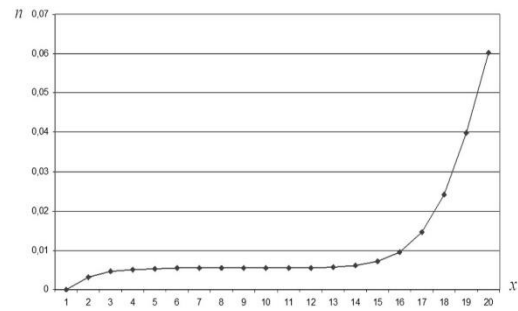


Рис. 7. Изменение концентрации обменивающихся ионов в растворе по длине сорбционной колонки (при $t=3, 14$ ч.)

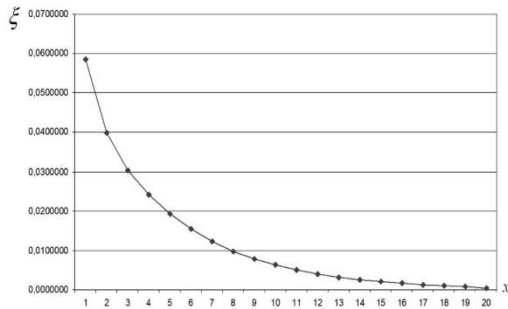


Рис. 4. Скорость осаждения гель-частиц внутри фильтровальной перегородки (при $t=1, 24$ ч.)

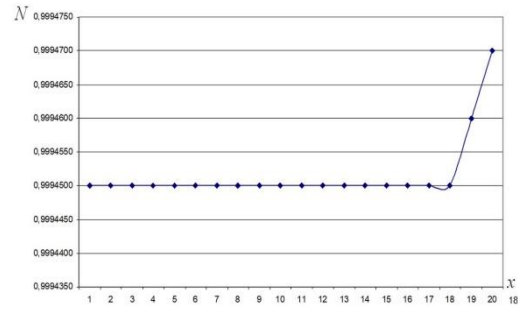


Рис. 8. Изменение концентрации обменивающихся ионов в сорбенте по длине сорбционной колонки (при $t=1, 24$ ч.)

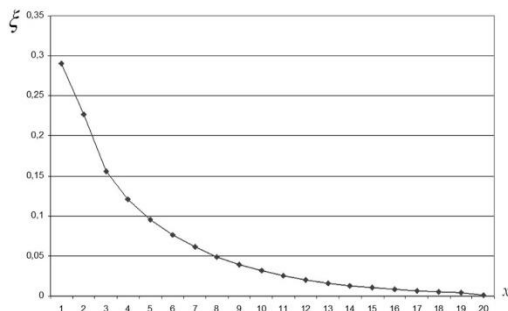


Рис. 5. Скорость осаждения гель-частиц внутри фильтровальной перегородки (при $t=3, 14$ ч.)

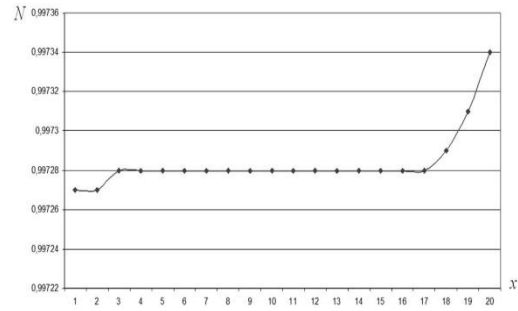


Рис. 9. Изменение концентрации обменивающихся ионов в сорбенте по длине сорбционной колонки (при $t=3, 14$ ч.)

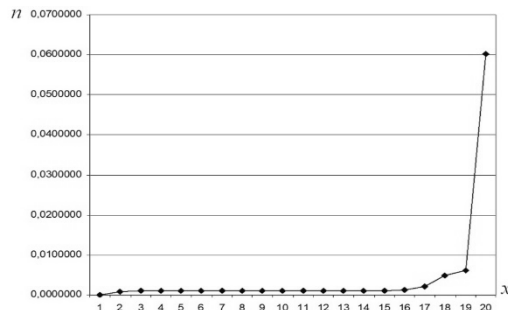


Рис. 6. Изменение концентрации обменивающихся ионов в растворе по длине сорбционной колонки (при $t=1, 24$ ч.)

На рисунках 6-7 приведены результаты проведенных численных расчетов на ЭВМ, динамика изменения концентрации обменивающихся ионов в растворе по длине сорбционной колонки фильтра при времени фильтрования $t=1, 24$ ч и $t=3, 14$ ч. Анализ полученных расчетов показал, что максимальное накопление концентрации обменивающихся ионов в растворе соответствует $x \geq 0,75$ (рис. 7), то есть в глубине фильтровальной перегородки агрегата. С течением времени фильтрования постепенно растет концентрация обменивающихся ионов в верхних слоях фильтра.

На рисунках 8-9 проиллюстрированы результаты проведенных численных расчетов на

ЭВМ, рост изменения концентрации обменивающихся ионов в сорбенте по длине сорбционной колонки фильтра.

Анализ проведенных численных расчетов показал, что на начальной стадии процесса фильтрования (при $t=4-5$ ч.) выходная концентрация взвешенных гель-частиц в растворе будет незаметно уменьшаться, а при $t=5$ ч она экспоненциально убывает. Резкое уменьшение концентрации частиц в растворе связано, во-первых, с насыщением пор фильтра гель-частицами, во-вторых, с ростом толщины слоя осадка на поверхности фильтра. Образовавшийся слой осадка, в свою очередь, выполняет функцию фильтра. Как следует из результатов ВЭ, время забивания пор фильтра гель-частицами зависит от скорости прохода и первоначальной концентрации фильтрата, а также от диаметров гель-частиц в растворе. Скорость осаждения гель-частиц в порах фильтра при $t=3$ ч будет расти по экспоненциальному закону. Полное насыщение пор фильтровальной колонки происходит при времени фильтрования $t=10,5$ ч.

Из анализа проведенных ВЭ следует, что выходная концентрация θ_3 взвешенных частиц в фильтрате со временем убывает. Это связано, во-первых, с тем, что образовавшийся слой осадка и его переупаковка под действием поверхностной силы давления на поверхности агрегата в дальнейшем выполняет роль фильтра и, во-вторых, с заполнением пор фильтра взвешенными частицами, что не дает возможности прохода гель-частиц через фильтр. При времени фильтрования $t=10$ ч значение θ_3 будет равно 0,01.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны математическая модель и численный алгоритм для проведения комплексного исследования процесса ионообменного фильтрования жидкостей через пористую среду, при задании различных режимов работы фильтровального агрегата и физико-химических свойств ионных растворов.

Проведенными численными расчетами установлено, что скорость фильтрования суспензии по глубине фильтровальной перегородки резко уменьшается на верхних слоях фильтра, а далее она остается постоянной по глубине фильтровальной перегородки в зависимости от толщины фильтра и диаметров гель-частиц, находящихся в суспензии.

Вычислительным экспериментом установлено, что с ростом толщины фильтра скорость заполнения порового пространства фильтровальной перегородки гель-частицами снижается, а за счет роста силы сопротивления скорость фильтрования и время работы фильтра уменьшаются, значение же θ_3 взвешенных частиц в фильтрате со временем убывает по экспоненциальному закону.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Burkert C., Barbosa G., Mazutti M.* Mathematical modeling and experimental breakthrough curves of cephalosporin C adsorption in a fixed-bed column // *Process Biochemistry.* – 2011. – № 46. – Pp.1270-1277.
- [2] *Fernandez X., Rosenthal I., Anlauf H., Nirschl H.* Experimental and analytical modeling of the filtration mechanisms of a paper stack candle filter // *Chemical Engineering Research and Design.* – 2011. – Vol. 89. – Issue 12. – Pp. 2776-2784.
- [3] *Gitisa V. et al.* Deep-bed filtration model with multistage deposition kinetics // *Chemical Engineering Journal.* – 2010. – № 163. – Pp. 78-85.
- [4] *Lucas S., Calvo M.P., Palencia C., Alonso E., Cocero M.J.* Mathematical model of supercritical CO₂ adsorption on activated carbon applied to adsorption scale-up // *The Journal of Supercritical Fluids.* – 2007. – Vol. 40. – Issue 3. – Pp.331-504.
- [5] *Santos A., Bedrikovetsky P.* Size exclusion during particle suspension transport in porous media: stochastic and averaged equations // *Computational and Applied Mathematics.* – 2004. – Vol. 23. – № 2-3. – Pp. 259-284.
- [6] *Zhang J. et al.* Development and validation of a novel modeling framework integrating ion exchange and resin regeneration for water treatment // *Water Research.* – 2015. – Vol. 84. – Pp. 255-265.
- [7] *Zhihui Yu, Tao Qi, Jingkui Qu, Yingchao Guo.* Application of mathematical models for ion-exchange removal of calcium ions from potassium chromate solutions by Amberlite IRC 748 resin in a continuous fixed bed column // *Hydrometallurgy.* – 2015. – Vol. 158. – Pp 165-171.
- [8] *Палванов Б.Ю.* Компьютерная модель и вычислительный эксперимент для исследования процесса многократного

- ионообменного фильтрования суспензий // Проблемы вычислительной и прикладной математики Научный журнал. – 2016. – №4. – С.48-63.
- [9] Равшанов Н., Палванов Б.Ю. Приближенно-аналитическое решение задачи технологического процесса фильтрования растворов от нежелательных ионов // Исследования технических наук : электронный научный журнал. – 2016. – Вып. 1(19). – С. 25-36.
- [10] Ravshanov N., Palvanov B.Yu. Muxamadiyev A. Computer modelling of process of filtering of the liquid of the ionized solutions for protection of the ecosystem from of pollution sources // TUIT Bulletin. – 2015. – № 2. – Pp. 100-105.
- [11] Равшанов Н., Палванов Б.Ю. Математическая модель процесса ионообменного фильтрования ионизированных растворов // Проблемы информатики и энергетики. – 2015. – № 6. – С. 10-17.
- [12] Равшанов Н., Палванов Б.Ю. Вычислительный эксперимент для исследования технологического процесса фильтрования жидких и ионизированных растворов // Отраслевые аспекты технических наук : электронный научный журнал. – 2015. – №3 (45). – С. 18-28.
- [13] Ravshanov N., Palvanov B.Y., Elmurodova B. Computer modelling of problems filtering low-concentration suspensions // Theoretical & Applied Science. – 2016. – № 9(41). – Pp. 101-110.
- [14] Ravshanov N., Palvanov B.Y. Numerical solution of inverse problems filtering process of low-concentration solutions // Theoretical & Applied science. – 2017. – № 4(48). – Pp. 137-144.
- [15] Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. –М.: Наука, 1971. – 552 с.
- [16] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – изд. 5-е, стереотип. – 1977. – 46.

Поступила в редакцию 6.10.2023

Цитирование: Саидов У.М. (2023). Модель и алгоритм для решения задачи ионообменного фильтрования жидкостей. *Международный журнал теоретических и прикладных вопросов цифровых технологий*, 4(6), –С. 126-137.

MODEL AND ALGORITHM FOR SOLVING THE PROBLEM OF ION EXCHANGE FILTERING OF LIQUIDS

Saidov U.M.¹

¹ Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan

Abstract. A detailed analytical review of scientific papers related to the process of modeling the non-stationary technological process of filtering ionic solutions from fine particles and ionic compounds is given in the paper. To study the technological process of filtering ionic solutions, depending on their physico-chemical properties and operating modes of the filtering unit, a mathematical model, a numerical algorithm and software for computer computational experiments were developed. The proposed mathematical software makes it possible to determine the operability of the filtering equipment by means of which separation of solid particles from liquid or gas, gel particles, ions and other accompanying elements is carried out. Also, the article presents the results of computer experiments on computers in the form of graphs and the conclusions associated with them.

Keywords: mathematical model, numerical method, computational experiment, ion-exchange filtration, gel-particles, suspension.