

УДК 004.942

ЭКСИТОН-ДВУХФОНОННОЕ КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В КВАНТОВОЙ ЯМЕ

Эштулатов Б.¹

¹ Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан
barat50@bk.ru

Аннотация. Развита теория экситон-двухфононного резонансного комбинационного рассеяния света в квантовой яме. В данной статье показано, что в случае экситон-двухфононного комбинационного рассеяния света, в котором в качестве промежуточных состояний фигурируют двумерные экситоны, приводит к резкому усилению рассеяния по сравнению с механизмом электронно-дырочных пар. Усиление обусловлено тем, что в квантовой яме, в которой энергии электрона и дырки размерно квантованы, возможны процесс прямого рождения (или прямой аннигиляции) экситона и реальное испускание второго фонона экситоном. Тензор рассеяния в максимуме пика второго фононного повторения.

Ключевые слова: Математическая модель, квантовая яма, экситон, рассеяние света.

I. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, многофононное резонансное комбинационное рассеяние света (МКРС) наблюдается при монохроматическом облучении некоторых полярных полупроводников в области фундаментального поглощения [1-10]. Метод (МКРС) в последние годы интенсивно применяется для получения информации как о колебательных модах, так и об электронных состояниях и особенностях электронно-фононного и экситон-фононного взаимодействия в системах пониженной размерности (гетероструктуры, квантовые ямы, проволоки и точки). Линии вторичного свечения (фононные повторения) наблюдается на частотах $\omega_s = \omega_l - N\omega_{LO}$, где ω_l - частота возбуждающего света; ω_{LO} - частота объемных продольных оптических фононов; N - порядок рассеяния, т.е. число испущенных в процессе рассеяния LO-фононов.

Теоретические исследования процессов МКРС в объемном полупроводнике показали, что в сечения рассеяния дают вклад процессы двух типов: рассеяние через промежуточные состояния свободных электронно-дырочных (ЭДП) [3] и через экситонные состояния [4].

Рассеяние с участием подобных ЭДП в двумерных системах изучалось в [6], где показано, что сечения МКРС усиливается α_0^{-1} раз по сравнению трехмерным случаем. Для фононных повторений $N \geq 2$.

В настоящей статье рассматривается двухфононное резонансное комбинационное рассеяние света (ДФРКРС) в одиночной квантовой яме в случае, когда промежуточными состояниями являются двумерные экситоны.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И НЕОБХОДИМЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим одиночную квантовую яму с бесконечными потенциальными стенками, расположенную между плоскостями $z = 0$ и $z = d$. Предположим далее, что выполняется соотношение

$$d \ll r_0, \quad (1)$$

где $r_0 = \epsilon \hbar^2 / \mu e^2$ - боровский радиус экситона, ϵ - диэлектрическая проницаемость материала квантовой ямы, e - заряд электрона, μ - приведенная эффективная масса. Неравенство (1) обеспечивает двумерность экситона. Будем считать, что экситон, испуская фононы, все время остается в состоянии $1S$.

В случае второго фононного повторения тензор рассеяния определяется выражением [5]

$$S_{\beta\gamma\beta'\gamma'} = S_{\beta\gamma\beta'\gamma'}^{(0)} (S_1 + S_2), \quad (2)$$

где

$$S_{\beta\gamma\beta'\gamma'}^{(0)} = (\pi \hbar^6 \omega_s^2 \omega_l^2)^{-1} (\hbar \omega_{LO})^4 (2d / \pi r_0)^4 \times J_\beta J_\gamma J_{\beta'}^* J_{\gamma'}^* \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO}). \quad (3)$$

Скалярные функции S_1 и S_2 представляют собой одно и двукратные суммы по квантовым числам размерного квантования

$$S_1 = \alpha_0^2 \sum_n \int_0^\infty K dK I^2(K, n) [(1 + a_h)^{-3/2} - (1 + a_e)^{-3/2}]^4 \times |G(n, n, K, \omega_l - \omega_{LO})|^2 |G(n, n, 0, \omega_l)|^2 |G(n, n, 0, \omega_s)|^2, \quad (4)$$

$$\alpha_0 = 2\hbar\omega_{LO}(\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon^{-1}); G(n, n', \kappa, \omega) = [\omega - \omega(n, n', \kappa) - (i/2)\gamma(n, n', \kappa)]^{-1}, \quad (5)$$

$$a_{e(h)} = (\alpha_0 m_{e(h)}/4m_e)K, \quad \omega_s = \omega_l - 2\omega_{LO}$$

Функция Грина выражение для функции Грина (5) введена функция $\gamma(n_e, n_h, \mathbf{K}) = \tau^{-1}(n_e, n_h, \mathbf{K})$, где $\tau(n_e, n_h, \mathbf{K})$ есть время жизни экситона в состоянии n_e, n_h, \mathbf{K} . Функция γ , в которая имеет смысл массового оператора,

в дальнейшем не вычисляется, предполагается лишь, что

$$(\gamma/\omega_{LO}) \ll 1. \quad (6)$$

Если вычислить γ в первом порядке по константе связи α_0 , то, очевидно, что $\gamma \sim \alpha_0$

$$S_2 = \alpha_0^2 \sum_n \int_0^\infty K dK I^2(K, n, n') \{ |G(n, n', K, \omega_l - \omega_{LO})\chi(n, n', \omega_l)|^2 \times \chi(n, n', \omega_s) + |G(n', n, K, \omega_l - \omega_{LO})|^2 \chi(n', n, \omega_l)\chi(n', n, \omega_s) \}, \quad (7)$$

$$\alpha_{h(e)} = (\alpha_0 m_{h(e)}/4m_e)K, \quad \omega_s = \omega_l - 2\omega_{LO}.$$

Функции $\chi(n, n', \omega)$, $I(K, n)$ и $I(K, n, n')$ имеют вид

$$\chi(n, n', \omega) = (1 + \alpha_h)^{-3} |G(n, n, 0, \omega)|^2 + (1 + \alpha_e)^{-3} |G(n', n', 0, \omega)|^2, \quad (8)$$

$$I(K, n) = \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{b_n^2 + x^2} \right) \left\{ 1 - \frac{2b_n^2 [1 - \exp(-x)]}{x(b_n^2 + x^2)(2b_n^2 + 3x^2)} \right\}, \quad b_n = 2\pi n, \quad (9)$$

$$I(K, n, n') = [\pi^2(n - n')^2 + x^2]^{-1} + [\pi^2(n + n')^2 + x^2]^{-1}, \quad x = Kd. \quad (10)$$

В S_1 и S_2 функция Грина $(n, n, 0, \omega_l)$ соответствует прямому рождению экситона, а $G(n, n, 0, \omega_s)$ – прямой его аннигиляции. Эти процессы могут иметь место, только если $K=0$ (малым импульсом световой волны пренебрегается).

$$|G(n, n, 0, \omega)|^2 = [(\omega - \omega'_g - n^2\omega_\mu)^2 + \gamma^2]^{-1} \quad (11)$$

$$\omega_\mu = \omega_{0e} + \omega_{0h} - \omega'_g = \omega_g - \Delta\omega.$$

Функция Грина $G(n, n', K, \omega_l - \omega_{LO})$ соответствует испусканию фонона экситоном как для случая рассеяния в одной и той же зоне ($n = n'$), так и для случая перехода в другую зону ($n \neq n'$). Ее квадрат модуля равен

$$|G(n, n', K, \omega_l - \omega_{LO})|^2 = \left[(\omega_l - \omega_{LO} - \omega'_g - \omega_{0e}n^2 - \omega_{0h}n^2 - \frac{\hbar K^2}{2m_e})^2 + \gamma^2 \right]^{-1} \quad (12)$$

III. ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕНЗОРА РАССЕЯНИЕ

Рассмотрим сначала случай рассеяния в одной и той же зоне, описываемый функцией S_1 . На частотах $\omega_l < \omega'_g + n^2\omega_\mu$ все функции Грина нерезонансные (нет реальных переходов) и $S_1 \sim \alpha_0^2$, что соответствует фоновому рас-

сеянию. На частоте $\omega_l^{(1)} = \omega'_g - n^2\omega_\mu$ становится возможным реальное рождение экситона, и на этой частоте $|G(n, n, 0, \omega)|^2 \sim \gamma^{-2}$. Так как $\gamma \sim \alpha_0$, то $S_1 \sim \alpha_0^0$. На частоте $\omega_l^{(1)}$ имеет место пик, который в α_0^{-2} раз превышает фон. В области частот

$$\omega'_g + n^2\omega_\mu < \omega_l < \omega'_g - n^2\omega_\mu + \omega_{LO} \quad (13)$$

все функции Грина нерезонансные и $S_1 \sim \gamma^2$. Начиная с частоты

$$\omega_l^{(2)} \geq \omega'_g + n^2 \omega_\mu + \omega_{LO} \quad (14)$$

становится резонансной $G(n, n, K, \omega_l - \omega_{LO})$ (возможно реальное испускание фонона). Если

параметр $\gamma/\omega_{LO} \ll 1$, то при интегрировании по переменной K вклад полюса функции $G(n, n, K, \omega_l - \omega_{LO})$ становится преобладающим, поэтому с достаточной точностью можно считать, что

$$|G(n, n, K, \omega_l - \omega_{LO})|^2 = \frac{2\pi}{\gamma} \delta \left(\omega_l - \omega_{LO} - \omega'_g + n^2 \omega_\mu - \frac{\hbar K^2}{2m_e} \right). \quad (15)$$

Тогда в области частот (13)

$$S_1 = \frac{2\pi\alpha_0^2 m_e}{\gamma \hbar} \sum_n I^2(K_0, n) [(1 + \alpha_h)^{-3/2} - (1 + \alpha_e)^{-3/2}]^4 \times \\ \times |G(n, n, 0, \omega_l)|^2 |G(n, n, 0, \omega_s)|^2 \quad (16)$$

$$K_0 = \sqrt{2m_e/\hbar} \sqrt{\omega_l - \omega_{LO} - \omega'_g + n^2 \omega_\mu},$$

т.е. $S_1 \sim \alpha_0$. Если $\omega_l = \omega_l^{(3)} = \omega'_g + n^2 \omega_{LO} + 2\omega_{LO}$ (частота, соответствующая прямой аннигиляции), то $|G(n, n, 0, \omega_l^{(3)})|^2 \sim \gamma^{-2}$ и $S_1 \sim \alpha_0^{-1}$.

Таким образом, на частотной зависимости $S_1(\omega_l)$ имеются два пика:

- более слабый $S_1(\omega_l) \sim \alpha_0^0$, соответствующий реальному прямому рождению экситона;

- сильный пик $S_1(\omega_l^{(3)}) \sim \alpha_0^{-1}$, соответствующий реальной прямой аннигиляции;

В случае равных эффективных масс ($m_e = m_h$) S_1 обращается в нуль.

В предельном случае $\alpha_0 K_0 \ll 1$ (обычно $\alpha_0 \approx 10^{-5} \div 10^{-6}$ см, $K_0 \approx 10^3 \div 10^4$ см⁻¹) формула (16) упрощается и принимает вид

$$S_1 = \frac{2\pi\alpha_0^2}{\gamma} \left(\frac{3\alpha_0}{8} \right)^4 \frac{2m_e^3}{\hbar^3} \left(\frac{\omega_h - \omega_e}{\omega_h + \omega_e} \right)^4 \sum_n (\omega_l - \omega_{LO} - \omega'_g + n^2 \omega_\mu)^2 \times \\ \times |G(n, n, 0, \omega_l)|^2 |G(n, n, 0, \omega_s)|^2, \quad (17)$$

$$\omega_l \geq \omega'_g + \omega_{LO} + n^2 \omega_\mu.$$

Частотная зависимость S_2 отличается от частотной зависимости S_1 тем, что на частоте $\omega_l^{(1)}$ $S_2 \sim \alpha_0^{-1}$, в то время как $S_1 \sim \alpha_0^0$. Дело в том, что функция $|G(n, n', K, \omega_l - \omega_{LO})|^2$ может быть аппроксимирована δ -функцией на частотах

$$\omega_l^{(4)} = \omega'_g + \omega_c n^2 + \omega_v n'^2 + \omega_{LO}. \quad (18)$$

В этот интервал частот попадает частота $\omega_l^{(1)}$, на которой $|G(n, n', 0, \omega_l^{(1)})|^2 \sim \gamma^{-2}$, если выполнено условие $(n^2 - n'^2)\omega_v > \omega_{LO}$ реального перехода между зонами nn и nn' с испусканием LO-фонона.

Заменяя в (7) $|G(n, n', K, \omega_l - \omega_{LO})|^2 \delta$ -функцией и интегрируя по K , для S_2 получим выражение

$$S_2 = \frac{2\pi\alpha_0^2 m_e}{\gamma \hbar} \sum_{n>n'} [I^2(K_{01, n, n'}) \chi(n, n', \omega_l) \chi(n, n', \omega_s) + \\ + I^2(K_{02, n', n}) \chi(n, n', \omega_l) \chi(n', n, \omega_s)], \quad (19)$$

$$K_{01} = \sqrt{2m_e/\hbar} \sqrt{\omega_l - \omega_{LO} - \omega'_g - \omega_{0e} n^2 - \omega_{0h} n'^2}, \quad (20)$$

$$K_{02} = \sqrt{2m_e/\hbar} \sqrt{\omega_l - \omega_{LO} - \omega'_g - \omega_{0e} n'^2 - \omega_{0h} n^2}.$$

Часть формулы (19), зависящая от K_{02} , справедлива в более широком интервале частот

$$\omega_l^{(5)} = \omega'_g + \omega_{0e} n'^2 + \omega_{0h} n^2.$$

В приближении $\alpha_0 K_{01(2)} \ll 1$

$$I(K_0, n, n') \rightarrow (2/\pi^2) [(n^2 + n'^2)/(n^2 - n'^2)^2]$$

и из (7), (8) получаем

$$S_2 = \frac{16\alpha_0^2 m_e}{\gamma \pi^3 \hbar} \sum_{n>n'} \frac{(n^2 + n'^2)^2}{(n^2 - n'^2)^2} |G(n, n, 0, \omega_l)|^2 |G(n, n, 0, \omega_s)|^2, \quad (21)$$

$$\omega_l \geq \omega'_g + \omega_{LO} + \omega_{0e}n^2 + \omega_{0h}n'^2.$$

IV. ОБСУЖДЕНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При выводе формулы (17) опущены члены, содержащие $|G(n', n', 0, \omega_s)|^2$, так как максимумы этих функций расположены вне частотного интервала $\omega_l^{(5)}$. Формулы (16) и (17) справедливы в окрестности максимума функции Грина, которые приводят к большим значениям S_1 и $S_2 \sim \alpha_0^{-1}$. Функция S_1 содержит один такой максимум при $\omega_l = \omega_l^{(3)}$, соответствующий прямой аннигиляции экситонов. Функция S_2 имеет два сильных максимума: один на частоте $\omega_l = \omega_l^{(1)}$ (прямое рождение экситона) и другой – совпадающий с сильным максимумом функции S_1 . Переходы экситонов для случаев $n = n'$ и $n \neq n'$ показаны на рис. 1.

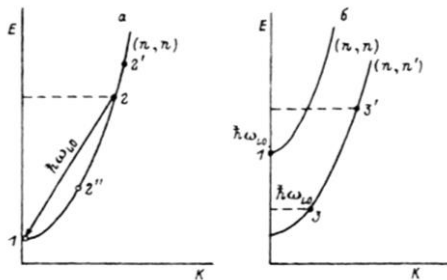


Рис. 1. Схема переходов экситона в случае учета только одной (а) и двух (б) экситонных зон.

1 - энергия экситона после прямого рождения или перед непрямой аннигиляцией;

2, 2', 2'' и *3'* - после непрямого рождения; *3* - перед непрямой аннигиляцией.

E - энергия экситонной зоны, *K* - модуль волнового вектора экситона.

Из рис. 1, а видно, что в случае прямого рождения экситона (точка 1) реальное испускание фонона с переходом в ту же самую зону невозможно. Точки 2, 2', 2'' соответствуют энергии экситона после непрямого рождения. Прямая аннигиляция будет иметь место, если экситон находится в точке 2. Из точки 2' экситон, испустив LO-фонон, не может оказаться в точке 1. Из точки 2'' невозможно реальное испускание фононов. Если учитываются другие экситонные зоны, то, как это следует из рис. 1, б, после прямого рождения экситон может испускать LO-фонон в реальном переходе и оказаться в точке 3 экситонной зоны nn' . Из точки 3 происходит непрямо аннигиляция. Поэтому

на частоте, соответствующей прямому рождению экситона, $S_2 \sim \alpha_0^{-1}$, если расстояние между зонами nn и nn' превышает $\hbar\omega_{LO}$. Каналы прямой аннигиляции в случаях а и б принципиально не различаются между собой. Так как оба приводят в максимуме к значениям S_1 и $S_2 \sim \alpha_0^{-1}$. Если в квантовой яме имеется только один уровень размерного квантования, то сильный пик рассеяния будет наблюдаться только на частоте прямой аннигиляции; на частоте же прямого рождения он в α_0^{-1} раз слабее.

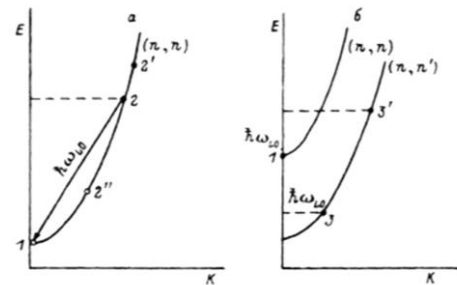


Рис. 2. Схема переходов экситона в случае учета только одной (а) и двух (б) экситонных зон.

1 - энергия экситона после прямого рождения или перед непрямой аннигиляцией;

2, 2', 2'' и *3'* - после непрямого рождения; *3* - перед непрямой аннигиляцией.

E - энергия экситонной зоны, *K* - модуль волнового вектора экситона.

Рассмотренный механизм двухфононного РКРС приводит к резкому возрастанию сечения рассеяния (тензор рассеяния $S_{\beta\gamma\beta'\gamma'} \sim \alpha_0^{-1}$ на резонансных частотах возбуждающего света) по сравнению с электронно-дырочными парами в качестве промежуточных состояний ($S_{\beta\gamma\beta'\gamma'} \sim \alpha_0^2 \ln^2 \alpha_0$). Таким образом, имеет место увеличение рассеяния в $\alpha_0^{-3} / \ln^2 \alpha_0$ раз. Отсюда можно сделать вывод, что в квазидвумерной электронной системе экситонной механизм двухфононного РКРС является преобладающим. Этот вывод представляется оправданным именно для двухфононного рассеяния, когда экситон фигурирует только в акте непрямого рождения (или непрямо аннигиляции) и однократного испускания LO-фонона.

Если частота возбуждающего света достаточно высока, так что энергии экситона хватает для испускания многих фононов, вопрос о соотношении вклада в рассеяние экситонного механизма и механизма ЭДП усложняется. Это связано в том, что при испускании LO-фонона

горячим экситоном он может перейти в состояние ЭДП и далее фононы будут испускаться электроном и дыркой. Не исследуя в данной главе относительную роль двух механизмов рассеяния. Заметим лишь, что зависимость тензора рассеяния от константы связи α_0 в случае МФРКС при чисто экситоном механизме. Остается такой же, как и в случае двухфононного РКРС, так как появление дополнительной константы связи в числителе при переходе от N к $N+1$ испущенных фононов будет компенсироваться появлением константы $\gamma \sim \alpha_0$ в знаменателе, которая происходит от процесса реального испускания фонона экситоном.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный механизм рассеяния в объемном полупроводнике в α_0^{-2} раз слабее рассеяния, чем в квазидвумерной системе. Усиление двухфононного РКРС по сравнению с объемным случаем объясняется тем, что в квантовой яме в области частот, соответствующих прямому рождению или прямой аннигиляции экситона, возможно реальное испускание фонона, в то время как в объемном полупроводнике двухфононное рассеяние состоит из двух непрямых процессов – рождения и аннигиляции экситона. Поэтому при решении определенных задач достаточно использовать вышеуказанные методы, например для определения рассеяния света в квантовой яме.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] A.K. Sood, J. Menedez, M. Cardona, K. Ploog. Phys.Rev. B32,1412 (1985).
- [2] M. H. Meynadres, E. Finkman, M. D. Sturge, J. M. Worlock & M.C.Tamargo, Phys. Rev., B25, 2517 (1987).
- [3] A. V. Goltsev, I. G. Lang, S. T. Pavlov & M. F Bryzhina J. Phys.C., 63, 4221
- [4] L. I. Korovin, S. T. Pavlov & B. E. Eshpulatov, Pis'ma Zh. Exp. Teor. Fiz., 51,516 (1990);[JETP Lett.,51, 584 (1990)].
- [5] L. I. Korovin, S. T. Pavlov & B. E. Eshpulatov, Fiz. Tverd. Tela, 30, 3665 (1988); [Sov Phys. Solid State, 30, 2105(1988)].
- [6] L. I. Korovin, S. T. Pavlov & B. E. Eshpulatov, Zh. Exp. Teor. Fiz., 99, 1619 (1991); [Sov Phys. JETP 72, 904 (1991)].
- [7] Eshpulatov B., Ubaydullaev M. Binding energy of a one-dimensional exciton in a magnetic field //2020 International Conference on Information Science and Communications Technologies, ICISCT 2020. – 2020. – С. 9351377-9351377.
- [8] Eshpulatov, B. E., and Ubaydullaev M. Sh. "Edge of intrinsic absorption of light in a quantized semiconductor wire." International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology (IJARSET) 7.9 (2020): 14840-14845.
- [9] Ubaydullaev M., Eshpulatov B. Inter-Zone Light Absorption in a Size Quantized Wire //2021 International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT). – IEEE, 2021. – С. 1-5.
- [10] Ubaydullaev M. Sh., Eshpulatov B., Ibadullaeva Z. K. Одномерные экситонные состояния в цилиндрических квантовых проводах //Fan, Jamiyat va Innovatsiyalar. – 2023. – Т. 1. – №. 2. – С. 7-13.

Поступила в редакцию 3.10.2023

Цитирование: Эшпулатов Б. (2023). Экситон-двухфононное комбинационное рассеяние света в квантовой яме. *Международный журнал теоретических и прикладных вопросов цифровых технологий*, 4(6), –С. 87-91.

EXCITON-TWO-PHONON RAMAN SCATTERING OF LIGHT IN A QUANTUM WELL

Eshpulatov B.¹

¹Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan

Abstract. *The theory of exciton-two-phonon resonant Raman scattering of light in a quantum well has been developed. This article shows that in the case of exciton-two-phonon Raman scattering of light, in which two-dimensional excitons appear as intermediate states, it leads to a sharp increase in scattering compared to the mechanism of electron-hole pairs. The amplification is due to the fact that in a quantum well, in which the energies of the electron and hole are dimensionally quantized, the process of direct creation (or direct annihilation) of an exciton and the actual emission of a second phonon by the exciton are possible. Scattering tensor at the maximum of the second phonon repetition peak.*

Keywords: *Mathematical model, quantum well, exciton, light scattering.*