

UDK 519.17

GROVER USULIGA ASOSLANGAN KVANT ALGORITM BILAN OPTIMALLASHTIRISH

Toirov Sh.A.¹, Boynazarov I.M.²

¹“Toshkent irrigasiya va qishloq xo‘jaligini mexanizasiyalash muhandislari instituti”
Milliy tadqiqot universiteti, Toshkent, O‘zbekiston

² Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti
Samarqand filiali, Samarqand, O‘zbekiston
tashxurat@mail.ru, boynazarov.ilhom@mail.ru

Annotatsiya. Ushbu maqolada kvant algoritmlarning Grover usuli orqali global optimallashtirish masalasini yechish jarayonlari ko‘rib chiqilgan bo‘lib, global optimallashtirish masalasini kvant algoritmlar orqali yechishda bir vaqtning o‘zida mumkin bo‘lgan barcha yechimlarni ko‘rib chiqish, to‘g‘ri natijani aniqlash usullari keltirib o‘tilgan. Kvant algoritm asosida optimallashtirish masalalarini yechishning dasturiy ta‘minoti ishlab chiqilgan va olingan natijalar tahlil qilingan.

Kalit so‘zlar: Kvant algoritm, Grover usuli, global optimallashtirish, intellektual boshqarish.

I. KIRISH

Jahonda kvant algoritmlarni o‘rganish va ushbu algoritmlar orqali masalalar yechishning usul va algoritmlarini takomillashtirish, ishlab chiqish va joriy qilish muhim ahamiyat kasb etmoqda. Hozirgi vaqtda kvant algoritmlar yordamida yechiladigan masalalar boshqa algoritmlar orqali yechiladigan masalalarga qaraganda ancha samarali natijalarni bermoqda. Jahonda hozirgi vaqtda ushbu algoritmning matematik modellarini analitik tahlil qilish va kvant algoritmlar asosida ishlaydigan kvant kompyuterlar yaratishga alohida e‘tibor qaratilgan. Kvant hisoblashda (kvant algoritmlar) o‘rganilayotgan jarayonni sifati (xususiyati) to‘g‘ridan-to‘g‘ri parallel hisoblashlarning natijasi sifatida aniqlanadi [1-5]. Shu bilan bir qatorda, qo‘yilgan masalaning yechimini olish qiyin bo‘lgan ko‘plab klassik masalalarni hal qilishni tezlashtirish yoki ananaviy (klassik) usullar bilan algoritmik ravishda natija olib bo‘lmaydigan masalalarni

yechishga taqbiq qilish mumkin bo‘ladi [1-10, 21-22].

II. ASOSIY QISM

Global (umumiy holda ko‘pmezonli) optimallashtirish masalasining yechimini qidirish tizimli tahlil uchun odatiy hisoblanadi. Axborotning noaniqligi va xatarli (riskli) shartlarda optimal yechimlarni qabul qilish va murakkab tizimlarni boshqarish har xil yo‘nalishlarda ko‘p yillardan buyon rivojlanib kelmoqda. So‘nggi yillarda mazkur masalaning yechimi intellektual hisoblashlarning yangi ko‘rinishi sifatida muvaffaqiyatli deb hisoblanmoqda. Bunday intellektual hisoblashlardan biri bu kvant algoritmning Grover usulidir. Bu algoritm ba‘zi bir shartlarni qoniqtiradigan asosiy elementni topish uchun $N = 2^n$ elementlarning tartibsiz to‘plami bo‘yicha qidiruvni amalga oshiradi. Xozirgi vaqtda tartibga solinmagan ma‘lumotlar bo‘yicha qidirishning eng yaxshi klassik algoritmi $O(N)$ vaqtni talab qilsa, Grover algoritmi

kvant kompyuterda qidirishni faqat $O(\sqrt{N})$ operatsiyalarda, kvadratik tezlashtirishga imkon beradi [2].

Groverning qidiruv algoritmi kvant algoritmlarining yaxshi usullaridan biri hisoblanib, u kvant tizimining klassik algoritmlar qo'llanilganda ishlash vaqtining sekinligiga bog'liqligini, uning sifati yaxshilash uchun ishlatilishini ko'rsatib beradi. Bunda yuqori tezlikka erishish uchun Grover algoritmi jarayonlarning kvant superpozitsiyasiga tayanadi. Ko'pgina kvant algoritmlari singari, Grover algoritmi ham mashinaning n ta kubit registrlari uchun barcha mumkin bo'lgan 2^n holatlariga teng superpozitsiyasiga qo'yishdan boshlaydi [3]. Shuni yodda tutish kerakki, tizimdagi har bir kubitning mumkin bo'lgan konfiguratsiyasi bilan bog'liq bo'lgan amplituda $\frac{1}{\sqrt{2^n}}$ ga va tizimning 2^n holati har qanday holatda bo'lish ehtimoli $\frac{1}{2^n}$ ga teng. Ushbu mumkin bo'lgan holatlarning barchasi Grover algoritmidagi ma'lumotlar bazasidagi barcha mumkin bo'lgan yozuvlarga mos keladi va shuning uchun qidiruv maydonidagi har bir elementga berilgan teng amplituda bilan boshlanib, har bir element bir vaqtning o'zida kvant superpozitsiyada ko'rib chiqiladi va amplitudalar shu yerdan boshqariladi.

Holatlarning superpozitsiyasi bilan bir qatorda, Grover algoritmi va umuman olganda amplitudani kuchaytirishgichdan foydalanadigan kvant algoritmlari oilasiga kiradi, bu algoritm amplitudalarni oddiy ehtimolliklardan ajratib turadigan kvant amplitudalarining afzalliklaridan foydalanadi. Ushbu algoritmlarning kaliti har bir iteratsiyada kvant tizimining bir holatning, qandaydir shartni qanoatlantiradigan fazosining tanlab siljishidir. Ushbu amplituda kuchaytirgich algoritmlari kvant hisoblash uchun o'ziga xos

bo'lib, amplitudalarning bu sifati klassik ehtimolliklarda o'xshashligi yo'q [2].

Grover algoritmi n kubitlarning kvant registridan boshlanadi, n - bu erda $2^n = N$ o'lchamdagi qidiruv maydonini ko'rsatish uchun zarur bo'lgan kubitlar soni, barchasi $|0\rangle$ dan boshlanadi:

$$|0\rangle^{\otimes n} = |0\rangle. \quad (1)$$

Birinchi qadam jarayon holatlarni teng ravishda superpozitsiyasiga joylashtirishdir, bu esa Adamar konvertatsiyasini $H^{\otimes n}$ qo'llash orqali amalga oshiriladi, bunda $\Theta(\lg N) = \Theta(\lg 2^n) = \Theta(n)$ operatsiyalar, n ta amaliy boshlang'ich Adamar darvozasi, ya'ni (2) tenglama ko'rinishida bo'ladi:

$$|\psi\rangle = H^{\otimes n} |0\rangle^{\otimes n} = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle. \quad (2)$$

Transformatsiyalarning navbatdagi seriyasi ko'pincha Grover iteratsiyasi deb nomlanadi va algoritmning asosiy qismini yuqorida aytib o'tilgan amplituda kuchaytirish amalga oshiradi [4]. Grover algoritmda takrorlanish $\frac{\pi}{4}\sqrt{2^n}$ marta takrorlanadi. Bu algoritmgacha ko'ra, kuzatgan holat to'g'ri bo'lganligi uchun maqbul ehtimolga erishish uchun fazoning umumiy aylanishi $\frac{\pi}{4}$ radian

bo'lishi uchun o'rtacha $\frac{\pi}{4}\sqrt{2^n}$ takrorlashdan keyin sodir bo'ladi [5]. Grover iteratsiyasining birinchi bosqichi - bu izlayotgan konfiguratsiyaga qarab tizimni o'zgartiradigan O kvant oraklga murojaatdir. Orakl asosan qora quti funksiyasidir va bu kvant qora quti bo'lib, u tizimni klassik holatga tushmasdan kuzatishi va o'zgartirishi mumkinligini anglatadi, bu tizim to'g'ri holatda ekanligini tan oladi. Agar tizim haqiqatan ham to'g'ri holatda bo'lsa, u holda orakl fazoni π radianlar bilan aylantiradi, aks

holda u hech narsa qilmaydi va keyingi jarayonlar yordamida qo'shimcha modifikatsiya qilish uchun to'g'ri holatni samarali belgilaydi. Shuni esda tutish keraki, bunday fazo siljishi tizimning to'g'ri holat ehtimolini bir xilda qoldiradi, garchi amplituda inkor etilsa ham [5]. Orackning kvantli dasturlari ko'pincha qo'shimcha chizish qubitidan foydalanadi, ammo bu qo'shimcha qubit keraksiz bo'ladi, shuning uchun orakning $|x\rangle$ ga ta'siri shunchaki (3) ko'rinishda yozilishi mumkin, ya'ni:

$$|x\rangle \xrightarrow{O} (-1)^{f(x)} |x\rangle \quad (3)$$

bu erda $f(x)=1$, agar x to'g'ri holat bo'lsa, aks holda $f(x)=0$. $f(x)$ ning aniq bajarilishi ma'lum qidiruv muammosiga bog'liq.

Grover iteratsiyaning navbatdagi qismini diffuziya konvertatsiyasi deb ataydi, u o'rtacha qiymat bo'yicha inversiyani amalga oshiradi, har bir holat amplitudasini transformatsiyadan oldingi o'rtacha darajadan pastroq bo'lgan darajada o'zgartiradi va aksincha.

$$D = \begin{pmatrix} \frac{2}{N}-1 & \frac{2}{N} & \frac{2}{N} & \frac{2}{N} \\ \frac{2}{N} & \frac{2}{N}-1 & \frac{2}{N} & \frac{2}{N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{2}{N} & \frac{2}{N} & \frac{2}{N} & \frac{2}{N}-1 \end{pmatrix}$$

Ushbu diffuzion konvertatsiya $H^{\otimes n}$ Adamar konvertatsiyasining yana bir dasturidan iborat bo'lib, undan keyin har bir holatni siljitadigan shartli o'zgarishlar siljishi $|0\rangle$ dan -1 ga, so'ngra yana bir Adamar konvertatsiyasidan iborat bo'ladi.

Bu yerda fazo siljishi unitar operatori $2|0\rangle\langle 0| - I$ bilan ifodalanadi va uni qo'yidagicha ikki ko'rinishda yozish mumkin.

$$[2|0\rangle\langle 0| - I]|0\rangle = 2|0\rangle\langle 0|0\rangle - I|0\rangle = |0\rangle \quad (4)$$

$$[2|0\rangle\langle 0| - I]|x\rangle = 2|0\rangle\langle 0|x\rangle - I|x\rangle = -|x\rangle$$

(4) tenglamani (2) tenglamadan formuladan foydalanib, quyidagi (5) tenglama ko'rinishida yozish mumkin. U holda umumiy diffuziya konvertatsiyasi (5) ko'rinishida ifodalanadi [7].

$$\begin{aligned} H^{\otimes n}[2|0\rangle\langle 0| - I]H^{\otimes n} &= \\ = 2H^{\otimes n}|0\rangle\langle 0|H^{\otimes n} - I &= \\ = 2|\psi\rangle\langle \psi| - I & \end{aligned} \quad (5)$$

va umumiy Grover iteratsiyasi esa (6) tenglama ko'rinishida bo'ladi.

$$[2|\psi\rangle\langle \psi| - I]O \quad (6)$$

Grover iteratsiyasini ishlash vaqtini ko'rib chiqishda, orakning aniq ishlash vaqti aniq muammo va bu muammoni amalga oshirishga bog'liq, shuning uchun O ga murojaat bitta oddiy operatsiya sifatida qaraladi.

Grover takrorlashi etarli miqdordagi necha marta bajarilgandan so'ng, natijani aniqlash uchun klassik o'lchov amalga oshiriladi, bu algoritmnining bajarilishini yakunlash $O(1)$ ehtimolgacha davom etadi [6].

Grover algoritmini bosqichlari quyidagicha amalga oshiriladi va xulosa qilinadi.

Kirish:

$O|x\rangle = (-1)^{f(x)}|x\rangle$ operatsiyani bajardigan O kvantli oracl, bu erda $f(x)=0$ $x \neq x_0$ dan tashqari barcha $0 \leq x < 2^n$ uchun $f(x_0)=1$.

n holatiga boshlangan $|0\rangle$ kubit

Chiqish: x_0

Ish vaqti: $O(\sqrt{2^n})$ operatsiyalari, $O(1)$ ehtimoli bilan.

Jarayon:

1. Dastlabki holat $|0\rangle^{\otimes n}$
2. Adamard konvertatsiyasini barcha kubitlarga qo'llash

$$H^{\otimes n}|0\rangle^{\otimes n} = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle = |\psi\rangle$$

3. Grover takrorlanishini $R \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{2^n}$ marta qo'llash

$$[2|\psi\rangle\langle\psi| - I]^R |\psi\rangle \approx |x_0\rangle$$

4. x_0 registri o'lchash

III. NATIJALAR

Yuqorida keltirib o'tilgan ma'lumotlarni aniq bir misol orqali matematik yechimlari quyidagicha bo'ladi. Aytaylik, funsiyaning ko'rinishi $f(x) = \frac{x+6}{2+\cos(x)}$

bo'lsin va orakl - 0 va 32 orasidagi qiymatlarni qabul qilsin [9]. Keyingi qadam $N = 32 = 2^5$ teng bo'lgan holatni ko'rib chiqamiz va biz izlayotgan x_0 holat 11110 bit qatori bilan ifodalanadi.

Ushbu tizimni tavsiflash uchun quyidagicha ifodalangan $n=5$ kubitdan iborat bo'ladi.

$$|x\rangle = \alpha_0 |00000\rangle + \alpha_1 |00001\rangle + \dots + \alpha_{31} |11111\rangle$$

$$\begin{aligned} [2|\psi\rangle\langle\psi| - I] \left[|\psi\rangle - \frac{2}{4\sqrt{2}} \right] &= 2|\psi\rangle - |\psi\rangle - 2 \left(\frac{2}{4\sqrt{2}} \right) |\psi\rangle\langle\psi|11110\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}} |11110\rangle = \\ &= 2|\psi\rangle - |\psi\rangle - \frac{1}{8} |\psi\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}} |11110\rangle = \frac{7}{8} |\psi\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}} |11110\rangle = \frac{7}{8} \left[\frac{1}{4\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_0}}^{31} |x\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}} |11110\rangle \right] = \\ &= \frac{7}{32\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_0}}^{31} |x\rangle + \frac{7}{32\sqrt{2}} |11110\rangle + \frac{1}{2\sqrt{2}} |11110\rangle = \frac{7}{32\sqrt{2}} \sum_{x=0}^{31} |x\rangle + \frac{23}{32\sqrt{2}} |11110\rangle \end{aligned}$$

endi yuqorida ishlatilgan $|x\rangle$ quyidagicha bo'ladi

bu erda $a_i - |i\rangle$ holatni amplitudasi. Grover algoritmi 0 tizimdan boshlanadi

$$|100000\rangle$$

va keyin har bir holat bilan bog'liq bo'lgan teng amplituda olish uchun Adamard konvertatsiyasi qo'llaniladi $\frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{1}{\sqrt{32}} = \frac{1}{4\sqrt{2}}$ va shu bilan masalaning yechimi 32 ta mumkin bo'lgan holatlarning birida bo'lish ehtimoliga teng bo'ladi [11].

$$\begin{aligned} H^5 |00000\rangle &= \frac{1}{4\sqrt{2}} |00000\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}} |00001\rangle + \\ &+ \dots + \frac{1}{4\sqrt{2}} |11111\rangle = \frac{1}{4\sqrt{2}} \sum_{x=0}^{31} |x\rangle = \psi \end{aligned}$$

Har bir takrorlashda birinchi navbatda kvant orakl O ni chaqirish kerak, so'ngra o'rtacha yoki diffuzion konvertatsiya bo'yicha inversiya amalga oshiriladi. Orakl so'rovi holatni amplituda $|x_0\rangle$ inkor qiladi, bu holda $|11110\rangle$ konfiguratsiyani beradi

$$|x\rangle = \frac{1}{4\sqrt{2}} |00000\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}} |00001\rangle + \dots - \frac{1}{4\sqrt{2}} |11110\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}} |11111\rangle$$

Keyingi holatda diffuziya konvertatsiyasi $2|\psi\rangle\langle\psi| - I$ bajariladi, bu amplitudlarni o'rtacha qiymatdan oshiradi, agar farq salbiy bo'lsa kamaytiradi

$$|x\rangle = \frac{7}{32\sqrt{2}}|00000\rangle + \frac{7}{32\sqrt{2}}|00001\rangle + \dots + \frac{23}{32\sqrt{2}}|11110\rangle + \frac{7}{32\sqrt{2}}|11111\rangle$$

bu birinchi takrorlashni yakunlaydi. Xuddi shu ikkita o'zgarishni ikkinchi takrorlashda qo'llaymiz

$$\begin{aligned} |x\rangle &= \frac{7}{32\sqrt{2}}|00000\rangle + \frac{7}{32\sqrt{2}}|00001\rangle + \dots - \frac{23}{32\sqrt{2}}|11110\rangle + \frac{7}{32\sqrt{2}}|11111\rangle = \\ &= \frac{7}{32\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x=x_0}}^{31} |x\rangle - \frac{23}{32\sqrt{2}}|11110\rangle = \frac{7}{32\sqrt{2}}|11110\rangle - \frac{23}{32\sqrt{2}}|11110\rangle = \\ &= \frac{7}{32\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x=x_0}}^{31} |x\rangle - \frac{30}{32\sqrt{2}}|11110\rangle = \frac{15}{16\sqrt{2}}|11110\rangle \end{aligned}$$

Orakl so'rovidan keyin va diffuziya konvertatsiyasini [13] qo'llanilgandan keyin

$$\begin{aligned} [2|\psi\rangle\langle\psi| - I] \left[\frac{7}{8}|\psi\rangle - \frac{15}{16}|11110\rangle \right] &= \left[\frac{1}{4\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x=x_0}}^{31} |x\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}}|11110\rangle \right] + \frac{15}{16\sqrt{2}}|11110\rangle = \\ &= \frac{41}{256\sqrt{2}} \sum_{x=0}^{31} |x\rangle + \frac{41}{256\sqrt{2}}|11110\rangle + \frac{15}{16\sqrt{2}}|11110\rangle = \frac{41}{256\sqrt{2}} \sum_{x=0}^{31} |x\rangle + \frac{288}{256\sqrt{2}}|11110\rangle \end{aligned}$$

endi yuqorida ishlatilgan $|x\rangle$ quyidagicha bo'ladi:

bu ikkinchi takrorlashni yakunlaydi. Xuddi shu ikkita o'zgarishni uchunchi takrorlashda qo'llaymiz

$$\begin{aligned} |x\rangle &= \frac{41}{256\sqrt{2}}|00000\rangle + \frac{41}{256\sqrt{2}}|00001\rangle + \dots + \frac{281}{256\sqrt{2}}|11110\rangle + \frac{41}{256\sqrt{2}}|11111\rangle \\ |x\rangle &= \frac{41}{256\sqrt{2}}|00000\rangle + \frac{41}{256\sqrt{2}}|00001\rangle + \dots - \frac{281}{256\sqrt{2}}|11110\rangle + \frac{41}{256\sqrt{2}}|11111\rangle = \\ &= \frac{41}{256\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_0}}^{31} |x\rangle - \frac{41}{256\sqrt{2}}|11110\rangle - \frac{281}{256\sqrt{2}}|11110\rangle = \frac{41}{256\sqrt{2}} \sum_{x=0}^{31} |x\rangle - \frac{322}{256\sqrt{2}}|11110\rangle = \\ &= \frac{41}{64}|\psi\rangle - \frac{161}{128\sqrt{2}}|11110\rangle \end{aligned}$$

Orakl so'rovidan va diffuziya konvertatsiyasini qo'llanilgandan keyin:

$$\begin{aligned} [2|\psi\rangle\langle\psi| - I] \left[\frac{41}{64}|\psi\rangle - \frac{161}{128\sqrt{2}}|11110\rangle \right] &= \frac{167}{512\sqrt{2}}|\psi\rangle + \frac{161}{128\sqrt{2}}|11110\rangle = \\ &= \frac{167}{512\sqrt{2}} \left[\frac{1}{4\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_0}}^{31} |x\rangle + \frac{1}{4\sqrt{2}}|11110\rangle \right] + \frac{161}{128\sqrt{2}}|11110\rangle = \\ &= \frac{167}{204\sqrt{2}} \sum_{\substack{x=0 \\ x \neq x_0}}^{31} |x\rangle + \frac{274}{204\sqrt{2}}|11110\rangle \end{aligned}$$

Yuqorida keltirilgan matematik yechimlarni kvant algoritmi dasturida bajarilgandan so'ng olingan natijalar qo'yidagilar [15].

Birinchidan, dastur superpozitsiya holatini yaratadi:

[[0.1767767]

[0.1767767]

[0.1767767]

...

[0.1767767]

[0.1767767]

[0.1767767]]

Ikkinchi o'rinda, orakl O eng maksimal $|\psi\rangle$ belgilaydi:

[[1. 0. 0. ... 0. 0. 0.]

[0. 1. 0. ... 0. 0. 0.]

[0. 0. 1. ... 0. 0. 0.]

...

[0. 0. 0. ... 1. 0. 0.]

[0. 0. 0. ... 0. 1. 0.]

[0. 0. 0. ... 0. 0. 1.]

Shunday qilib, $O|\psi\rangle^{Q(t)} = (-1)^{f(x)}|\psi\rangle^{Q(t)}$ qo'llanilganda, quyidagi superpozitsiya holatni olinadi:

[[0.1767767]

[0.1767767]

...

[0.1767767]

[-0.1767767]

[0.1767767]

[0.1767767]]

Ushbu ikkinchi bosqich berilgan takrorlashlar sonlarni bildiradi [19]. Grover takrorlashlarning maksimal soni quyidagicha hisoblanadi:

$$\frac{\pi}{4} \sqrt{2^n}$$

n kubitlar soni yoki kvant xromosomasining uzunligi, shu sababli masalada tasvirlangan funksiya misolida $n = 5$ [21].

Ikkinchi bosqichni takrorlash natijasida:

[[1. 0. 0. ... 0. 0. 0.]

[0. 1. 0. ... 0. 0. 0.]

[0. 0. 1. ... 0. 0. 0.]

...

[0. 0. 0. ... 1. 0. 0.]

[0. 0. 0. ... 0. 1. 0.]

[0. 0. 0. ... 0. 0. 1.]

[[0.15467961]

...

[0.15467961]

[-0.508233]

[0.15467961]

[0.15467961]

[0.15467961]]

Uchunchi qadamda, orakl O eng maksimal $|\psi\rangle$ belgilaydi va takrorlash natijasida quyidagi natijalar olinadi:

[[1. 0. 0. ... 0. 0. 0.]

[0. 1. 0. ... 0. 0. 0.]

[0. 0. 1. ... 0. 0. 0.]

...

[0. 0. 0. ... 1. 0. 0.]

[0. 0. 0. ... 0. 1. 0.]

[0. 0. 0. ... 0. 0. 1.]

To'rtinchi va oxirgi o'rinda Groverning diffuziya G operatori xromosomani belgilangan holat bilan $|\psi\rangle^{Q(t)}$ da topadi [20]. Shuning uchun quyidagi jarayonni $|\psi\rangle^{Q(t)} = G|\psi\rangle^{Q(t)}$ bajarish bilan natija olinadi:

[[0.11324757]

[0.11324757]

...

[0.11324757]

[-0.77616018]

[0.11324757]

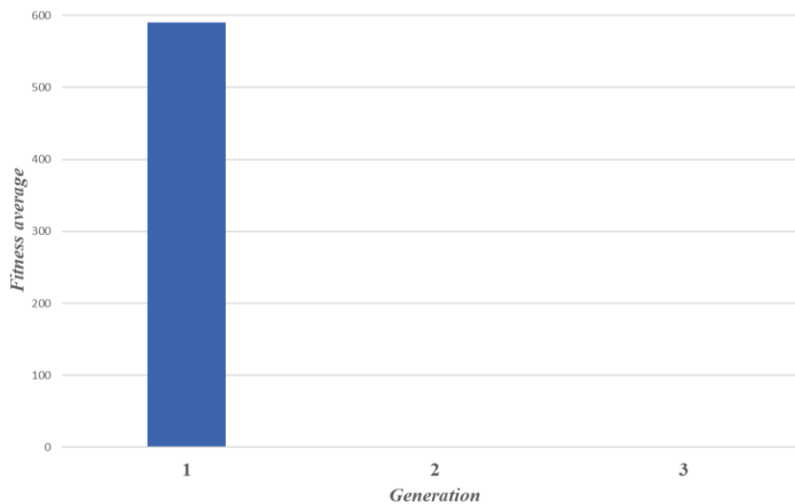
[0.11324757]

[0.11324757]]

Keyingi qadamda quyidagi natijani olamiz:

[[0.05765959]
 [0.05765959]
 ...
 [0.94706733]
 [0.05765959]
 [0.05765959]
 [0.05765959]]

Nihoyat, $|\psi\rangle^{Q(t)}$ bajarilganda, maksimal xromosoma bilan ishora qiladigan holat olinadi. Ya'ni, kvant algoritm holati $|30\rangle$, xromosoma $|11110\rangle$ va maqsad funksiya $|1671\rangle$ ga teng bo'lar ekan.



1-rasm. Grover usuliga asoslangan kvant algoritm bilan o'tkazilgan optimallashtirish natijasining grafiqi.

IV. XULOSA

Xulosa qilib aytganda kvant algoritmi Grover usulining matematik tahlil natijasida tadqiqot predmeti to'g'risidagi joriy ma'lumot modellashtirish jarayonida qay darajada maqsadli ishlatilganligini, ya'ni model adekvatligini ta'minlash muhim ahamiyatga ega ekanligi ko'rib chiqilgan. Grover usuliga asoslangan kvant algoritmi bilan o'tkazilgan optimallashtirish natijasidan olingan ishlar keltirib o'tilgan. Grover algoritmi noto'g'ri javobga qaraganda to'g'ri javob berish ehtimoli ko'proqdir, kirish kattaligi $N = 2^n$ bo'lganda xatolik faqat kirish kattaligi bilan kamayadi. Grover algoritmi ehtimoliy bo'lsada, N kattalashgani sayin xato ahamiyatsiz bo'lib qoladi.

ADABIYOTLAR

- [1] *Goldberg D.E.* Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning; Addison-Wesley: Reading, MA, USA, 1989; pp. 1-432.
- [2] *Lahoz-Beltra R.* Bioinformatica: Simulacion, Vida Artificial e Inteligencia Artificial; Ediciones Diaz de Santos: A Coruna, Spain, 2004; pp. 237-323. (In Spanish)
- [3] *Perales-Gravan C., Lahoz-Beltra R.* An AM radioreceiver designed with a genetic algorithm based on a bacterial conjugation genetic operator. *IEEE Trans. Evolut. Comput.* 2008,12,129-142.
- [4] *Ribeiro Filho J.L., Treleaven P.C., Alippi C.* Genetic-algorithm programming environments. *IEEE Comput.* 1994, 24, 28-43.

- [5] *Calvin W.H.* The brain as a Darwin machine. *Nature* 1987, 330, 33-34.]
- [6] *Zurek W.* Quantum Darwinism. *Nat. Phys.* 2009, 5,181-188.
- [7] *Feynman R.P.* Simulating physics with computers. *Int. J. Theor. Phys.* 1982,21, 467-488.
- [8] *Fraser A.S.* Simulation of genetic systems by automatic digital computers. *Aust. J. Biol. Sci.* 1957,10,484^91.
- [9] *Han K.-H., Kim J.-H.* Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization. *IEEE Trans. Evolut. Comput.* 2002, 6, 580-593.
- [10] *Ying M.* Quantum computation, quantum theory and AI. *Artif. Intell.* 2010,174,162-176.
- [11] *Lahoz-Beltra R.*, University of Stirling, Computing Science and Mathematics School of Natural Sciences, Stirling, Scotland, United Kingdom. Quantum Genetic Algorithms for Computer Scientists. Computing Science Seminars, Spring 2015, 26 June. Personal communication, 2015.
- [12] *Susskind L., Friedman A.* Quantum Mechanics: The Theoretical Minimum; Penguin Books: London, UK. 2015; pp. 1-364.
- [13] *Boghosian B.M., Taylor W.* Simulating quantum mechanics on a quantum computer. *Phys. D* 1998,120, 30-42.
- [14] *Alfonseca M., Ortega A., de La Cruz M., Hameroff S.R., Lahoz-Beltra R.* A model of quantum-von Neumann hybrid cellular automata: Principles and simulation of quantum coherent superposition and decoherence in cytoskeletal microtubules. *Quantum Inf. Comput.* 2015, 15, 22-36.
- [15] *Zeiter D.* A Graphical Development Environment for Quantum Algorithms. Master's Thesis, Department of Computer Science, ETH Zurich, Zurich, Switzerland, 3 September 2008.
- [16] QCAD: GUI Environment for Quantum Computer Simulator. Available online: <http://qcad.osdn.jp/> (accessed on 25 April 2016).
- [17] jQuantum—Quantum Computer Simulation Applet. Available online: <http://jquantum.sourceforge.net/jQuantumApplet.html> (accessed on 25 April 2016).
- [18] *Hayes B.* Programming your quantum computer. *Am. Sci.* 2014, 102, 22-25.
- [19] QCL—A Programming Language for Quantum Computers. Available online: <http://tph.tuwien.ac.at/~oemer/qcl.html> (accessed on 25 April 2016).
- [20] *Al Daoud, E.* Quantum computing for solving a system of nonlinear equations over GF(q). *Int. Arab J. Inf. Technol.* 2007, 4, 201-205.
- [21] *Sh. A. Toirov, I. M. Boynazarov, Sh. A. Abatov* “Optimization with quantum algorithm that is based on grover’s method”. *Communications in computer and information science journal.* (CCIS, volume 1821), pp 76–86, DOI: 10.1007/978-3-031-31353-0_7- 2023.
- [22] *Toirov, S., Kudratov, R., Xamdamov, F., & Xonimqulov, J. B.* (2022). Kvant parallel-lashtirishda kvant algoritmlarni optimallashtirish usullari. Raqamli texnologiyalarning nazariy va amaliy masalalari xalqaro jurnali, 2(2), 77–84.

Поступила в редакцию 18.07.2023

Citation: *Toirov Sh.A., Boynazarov I.M. (2023). Grover usuliga asoslangan kvant algoritmi bilan optimallashtirish. Raqamli texnologiyalarning nazariy va amaliy masalalari xalqaro jurnali. 3(5). – B. 67-75.*

OPTIMIZATION WITH QUANTUM ALGORITHM BASED ON GROVER'S METHOD

Toirov Sh.A.¹, Boynazarov I.M.²

¹“Tashkent Institute of Irrigation and Agricultural Mechanization Engineers”, National Research University, Tashkent, Uzbekistan

² Samarkand branch of Tashkent University of information technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan
tashxurat@mail.ru, boynazarov.ilhom@mail.ru

Abstract. *In this article, the processes of solving the global optimization problem through Grover's method of quantum algorithms are considered. When solving the global optimization problem through quantum algorithms, considering all possible solutions at the same time, determining the correct result methods are mentioned. The software for solving optimization problems based on the quantum algorithm was developed and the obtained results were analyzed.*

Keywords: *Quantum algorithm, Grover's method, global optimization, intelligent control.*

ОПТИМИЗАЦИЯ КВАНТОВЫМ АЛГОРИТМОМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ГРОВЕРА

Тоиров Ш.А.¹, Бойназаров И.М.²

¹ Национальный исследовательский университет “Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства”, Ташкент, Узбекистан

² Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хорезми, Самарканд, Узбекистан
tashxurat@mail.ru, boynazarov.ilhom@mail.ru

Аннотация. *В данной статье рассматриваются процессы решения задачи глобальной оптимизации с помощью метода квантовых алгоритмов Гровера, а при решении задачи глобальной оптимизации с помощью квантовых алгоритмов упоминаются методы одновременного рассмотрения всех возможных решений, определения правильного результата. Разработано программное обеспечение для решения оптимизационных задач на основе квантового алгоритма и проанализированы полученные результаты.*

Ключевые слова: *квантовый алгоритм, метод Гровера, глобальная оптимизация, интеллектуальное управление.*